

Istruzioni

- Il compito deve essere consegnato giovedì 31/05/2017 entro le 11:00 orario massimo.
- Avete due modi per consegnarlo: presentarvi personalmente il 31/05/2017 e consegnarlo a mano (Edificio B, terzo piano, primo corridoio a sinistra rispetto all'ingresso principale, penultima porta a destra) dalle ore 09:00 alle 11:00 alternativamente inviare un'e-mail a vesna.oshafi@gmail.com
- Il compito dar  diritto a due punti bonus da aggiungere al voto di esame.
- Scrivere nome, e matricola su ogni pagina di foglio usato.
- Scrivere a penna e in modo chiaro la risoluzione di ogni esercizio con ortografia chiara. Nel caso voleste inviare un' email, no foto, ma file in word, pdf, o scansioni sono accettate

Esercizio 1

Si consideri un mercato che consiste di tre asset S_1, S_2, S_3 con rendimenti r_1, r_2, r_3 , non correlati tra di loro e tutti con una varianza unitaria, con valore atteso $\mathbb{E}[r_1] = \frac{1}{4}, \mathbb{E}[r_2] = \frac{1}{2}, \mathbb{E}[r_3] = \frac{3}{4}$ rispettivamente. Determinare il portafoglio efficiente con valore atteso r^* , sotto il vincolo di no short selling (i.e $w_i \geq 0$ per $i = 1, 2, 3$).

Esercizio 2

Si consideri un mercato con tre titoli rischiosi. Il valore atteso e la matrice delle covarianze dei loro rendimenti sono dati dalla seguente tabella:

$\mu_1 = 0.20$	$\sigma_1 = 0.25$	$\rho_{12} = -0.20$
$\mu_2 = 0.12$	$\sigma_2 = 0.30$	$\rho_{23} = 0.50$
$\mu_3 = 0.15$	$\sigma_3 = 0.22$	$\rho_{13} = 0.30$

Trovare il portafoglio con la minima varianza e calcolarne il valore atteso e la varianza.

Esercizio 3

L'investimento al tempo $t = 0$ di €10 d  luogo ai seguenti ricavi aleatori:

$R_1 = [2, 10]$ alle epoche $t = [1, 2]$ anni con prob. 0,25

$R_2 = [1, 11]$ alle epoche $t = [1, 2]$ anni con prob. 0,75.

Determinare:

- il valore atteso del T.I.R. dell' investimento;
- lo scarto quadratico medio del T.I.R. dell' investimento;

- descrivere la funzione di distribuzione di probabilità del T.I.R. dell' investimento.

Esercizio 4

Si determini al tempo $t_0 = 0$ la duration con struttura piatta di un titolo a cedola fissa con scadenza biennale emesso alla pari al tempo $t_0 = 0$ con valore facciale $C = 100$ Euro, cedole semestrali e tasso nominale annuo del 12 %, utilizzando come tasso d' interesse il T.I.R. del titolo. Data un passività di 100 euro da pagare al tempo $t = 2$ anni, e sapendo che nel mercato é possibile acquistare titoli a cedola nulla con scadenza annuale e quinquennale con valore facciale 100 euro, determinare $t_0 = 0$ le quote di composizione del portafoglio attivo immunizzato da shift additivi di ampiezza aleatoria finita nell' ipotesi in cui la curva dei rendimenti sia caratterizzata da un tasso d'interesse costante uguale al T.I.R. del titolo sopra descritto.

Esercizio 5

Si consideri il seguente titolo a cedola fissa che garantisce il flusso di pagamenti (5, 25; 5, 25; 105, 25) euro ai tempi (1, 2, 3) anni. Considerando la seguente struttura per scadenza dei tassi a termine $i(0; 0, 1) = 3, 5\%$, $i(0; 1, 2) = 4, 523\%$, $i(0; 2, 3) = 5, 58\%$ essendo il tempo misurato in anni ed i tassi espressi su base annua, determinare:

- la corrispondente struttura per scadenza dei tassi a pronti;
- il prezzo di emissione P del titolo in $t = 0$ affinché non si possano realizzare arbitraggi non rischiosi;
- il T.I.R. del titolo espresso in forma percentuale e su base annua;
- il T.I.R. del titolo espresso in forma percentuale e su base annua nel caso in cui fosse stato emesso alla pari

Esercizio 6

Si consideri un titolo a cedola fissa annuale di durata pari a 4 anni che abbia tasso nominale annuo dell' 8 % in un mercato in cui le operazioni finanziarie siano valutate mediante la legge dell'interesse composto con tasso annuo $i = 5\%$. Supponendo che il valore nominale (facciale) del titolo sia 200 Euro, se ne determini:

- il prezzo di emissione al tempo $t = 0$;
- la Duration, espressa in anni, al tempo $t = 0$.
- Si determini la quantità α di un titolo a cedola nulla con scadenza 2 anni e valore nominale pari a 100 Euro che si deve aggiungere al titolo a cedola fissa di cui sopra in modo da formare un portafoglio che, al tempo $t = 0$ abbia Duration pari a 3 anni.

- Si supponga infine che al tempo $t = 0$ il tasso di mercato subisca una variazione positiva $\Delta(i) = 0,01$. Si determini la conseguente variazione percentuale che si verifica sul prezzo del titolo a cedola fissa.

Esercizio 7

In un mercato finanziario ideale strutturato su tre periodi $(t_0, t_1, t_2) = (0, 163, 310)$ giorni, al tempo t_0 sono presenti due titoli a cedola nulla Z_1 e Z_2 con scadenza t_1 e t_2 , rispettivamente, e valore facciale pari a 100 euro. Siano, inoltre, $V(t_0, Z_1) = 98,3$ euro e $V(t_0, Z_2) = 97,5$ euro i prezzi in t_0 dei due titoli. Supponendo che nel mercato sia presente un contratto a termine che al prezzo di 98 euro pattuito in t_0 e da versare in t_1 consente di ricevere 100 euro in t_2 , determinare se è possibile realizzare un arbitraggio non rischioso, l'eventuale profitto di arbitraggio e la strategia necessaria per realizzarlo.

Esercizio 8

Nel mercato dei titoli di Stato sono presenti tre T.C.N. con valore facciale €200 e vita a scadenza e prezzo specificati nella tabella seguente

vita a scadenza	prezzo
18 giorni	199,38 euro
79 giorni	197,14 euro
139 giorni	194,64 euro

Nell'ipotesi che nel mercato non sia possibile realizzare arbitraggi non rischiosi, determinare la struttura per scadenza dei prezzi a pronti $v(t_0, t_k)$, e dei prezzi a termine impliciti $v(t_0, t_{k-1}, t_k)$, $k = 1, 2, 3$ sullo scadenziario $(t_0, t_1, t_2, t_3) = (0, 18, 79, 139)$ giorni.

Determinare inoltre la struttura per scadenza dei tassi a pronti e a termine corrispondente a quella dei prezzi sopra calcolati esprimendo i tassi d'interesse su base annua ed in forma percentuale e facendo riferimento all'anno solare (365 gg). Dire inoltre se il prezzo a termine $v(t_0, t_1, t_3) = 0,9867$ euro di un T.C.N. unitario consente o meno arbitraggi non rischiosi, motivando la risposta, e, in caso affermativo, determinare l'eventuale profitto da arbitraggio specificando l'epoca di realizzo.

Esercizio 9

Un individuo I intende acquistare un'automobile che costa 22.000 euro e ha a disposizione le due seguenti alternative:

- versamento immediato di un importo pari al 30 % del costo dell'automobile. Versamento di 36 rate mensili posticipate al tasso annuo dell'8 % di cui le prime 35 pari a 314 euro e la 36-esima rata pari al valore residuo dell'automobile;

- versamento immediato di un importo pari al 50 % del costo dell'automobile e pagamento di 24 rate immediate mensili posticipate di 600 euro.

Esercizio 10

Un individuo I al fine di coprire il 40% del costo di un appartamento di importo pari a 140.000 euro, contrae un prestito con un istituto bancario. La somma erogata verrà rimborsata in sei rate immediate posticipate semestrali e costanti al tasso nominale annuo del 7%.

- Costruire il piano d'ammortamento del debito contratto. All'epoca $t_3 = 1,5$ anni, immediatamente dopo il pagamento della terza rata, la banca comunica una variazione del tasso nominale annuo che diventa pari all'8 %. Considerando che l'individuo I non intende aumentare l'ammontare della rata (semestrale) precedentemente calcolata,
- determinare il numero di rate ancora da pagare per estinguere il debito.
- Determinare il T.I.R. dell'operazione finanziaria sopra descritta tenendo in considerazione la variazione del tasso d'interesse che avviene all'epoca $t_3 = 1,5$ anni.