

MATEMATICA GENERALE - Canali II, III, IV

Sessione Estiva, I Appello, 3/6/2010, A.A. 2009/2010 - Compito 1

Cognome Nome Matricola

Canale ☐ II (Prof. Scarlatti) ☐ III (Prof.ssa Fabretti) ☐ IV (Prof.ssa Tessitore)

Firma

1) (10 p.ti) Studiare la funzione $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$.

a] Dominio e segno

b] Limiti e asintoti

c] Determinazione punti critici (ovvero stazionari)

d] Studio massimi e minimi

e] Grafico (lo studio di eventuali flessi è opzionale).

2) (6 p.ti) Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2}e^{x-1} & x \geq 1. \end{cases}$$

1. Determinare se la funzione è continua nel suo dominio di definizione;

2. calcolare

$$\int_1^2 f(x)dx.$$

3) (8 p.ti) Studiare al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$ le soluzioni del sistema e trovarle:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ -ty + x + z = 0 \end{cases}$$

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti.

4) (2 p.ti) Quale tra le seguenti funzioni è strettamente monotona:

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$ con $f(x) = \arctan(x)$
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = e^x - x$
3. $f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ con $f(x) = \cos(x)$
4. nessuna delle precedenti

5) (2 p.ti) La funzione $f(x) = e^x - x$ in $[-1, 2]$ ammette :

1. un massimo assoluto in $x = 2$ e un minimo assoluto in $x = -1$
2. un massimo assoluto in $x = -1$ e un minimo assoluto in $x = 0$
3. un massimo assoluto in $x = 2$ e un minimo assoluto in $x = 0$
4. nessuna delle precedenti

6) (2 p.ti) Il gradiente della funzione $f(x, y) = e^{x^2-y^2}$ nel punto $(0, -1)$ è

1. $(0, 2e)$
2. $(2, 2e^{-1})$
3. $(0, -2e^{-1})$
4. nessuna delle precedenti

7) (2 p.ti) La serie geometrica $\sum_{i=0}^{\infty} q^i$ converge se

1. $q > 0$
2. $|q| > 0$
3. $|q| < 1$
4. $|q| \leq 1$