

ESERCIZI MATEMATICA GENERALE - Canale III

Prof. A. Fabretti A.A. 2009/2010

Intersezioni, unioni, maggioranti e minoranti di sottoinsiemi di \mathbf{R}

1) Sia $A = (-\infty, -3)$, $B = (-\sqrt{7}, 2\sqrt{2})$ e $C = (-2, +\infty)$ determinare i seguenti insiemi:

- a) $A \cup B \cup C$
- b) $A \cap B \cap C$
- c) $A \cup B$
- d) $A \cup C$
- d) $B \cup C$
- e) $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$
- f) l'insieme dei maggioranti di $\overline{A} \cap \overline{C}$

2) Per ogni insieme trovato all'esercizio precedente stabilire se é aperto, chiuso, limitato, illimitato (inferiormente e/o superiormente), trovare l'insieme dei minoranti ed eventuali massimi e minimi.

3) Sia $A = (-5, -\frac{3}{2})$, $B = (-\sqrt{7}, 2\sqrt{3})$ determinare i seguenti insiemi:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap B$
- c) i maggioranti di $A \cup B$
- d) i minoranti di $A \cap B$
- d) il massimo e il minimo se esistono (in alternativa estremo inferiore e superiore) di $\overline{A} \cap \overline{B}$
- e) il complementare di $\overline{A} \cap \overline{B}$
- f) $A \setminus B$

4) Siano A e B sottoinsiemi di \mathbf{R}^2 tali che:

$$A := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

e

$$B := \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x + y \geq 0\}$$

rappresentare graficamente A e B e gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$.

Domande teoriche

- 1) Quale relazione intercorre tra i coefficienti angolari di due rette parallele?
- 2) Quale relazione intercorre tra i coefficienti angolari di due rette perpendicolari?
- 3) Dimostrare la formula di De Morgan

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Domande teoriche, risposta multipla

1) Quale tra le seguenti rette é parallela alla retta $y = 2x - 1$:

1. $y = -\frac{1}{2}x + 2$
2. $2y - x + 2 = 0$
3. $x - \frac{1}{2}y + 1 = 0$
4. nessuna delle precedenti

2) Quale tra le seguenti rette é perpendicolare alla retta $y = 2x - 1$:

1. $y = -\frac{1}{2}x + 2$
2. $2y - x + 2 = 0$
3. $x - \frac{1}{2}y + 1 = 0$
4. nessuna delle precedenti

3) Quale tra le seguenti rette passa per i punti $(0, 1)$ e $(-2, 0)$:

1. $y = \frac{1}{2}x + 1$
2. $3y - x = 0$
3. $y = -2x + 1$
4. nessuna delle precedenti

4) Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 2\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x + y \geq 3\}$.
Quale tra le seguenti affermazioni é vera:

1. $A \cap B = \emptyset$
2. $A \cap B \neq \emptyset$
3. $A \cup B = \mathbf{R}^2$
4. nessuna delle precedenti

5) Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x + y \geq 0\}$. Quale tra le seguenti affermazioni é falsa:

1. $A \cap B = \emptyset$
2. $A \cap B \neq \emptyset$
3. $A \cup B \subset \mathbf{R}^2$

6) Siano $A = \{x \in \mathbf{R} : x^2 - 2 \leq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbf{R} : 3x - 1 \geq 0\}$. Quale tra i seguenti insiemi é $A \cup B$:

1. \mathbf{R}
2. $[-\sqrt{2}, +\infty)$
3. $[\frac{1}{3}, +\sqrt{2}]$
4. $(\frac{1}{3}, +\sqrt{2})$

7) Siano $A = \{x \in \mathbf{R} : x^2 - 2 > 0\}$ e $B = \{x \in \mathbf{R} : 3x - 1 \geq 0\}$. Quale tra i seguenti insiemi é $A \cap B$:

1. $(\sqrt{2}, +\infty)$
2. $[\frac{1}{3}, +\sqrt{2})$
3. \emptyset
4. $(\frac{1}{3}, +\sqrt{2}]$

8) Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 0\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 0\}$. Quale tra i seguenti insiemi é $A \cap B$:

1. \emptyset
2. il punto $\{(0, 0)\}$
3. \mathbf{R}^2
4. nessuno dei precedenti

9) Siano $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 0\}$ e $B = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 > 0\}$. Quale tra i seguenti insiemi é $A \cup B$:

1. \emptyset
2. il punto $\{(0, 0)\}$
3. \mathbf{R}^2
4. nessuno dei precedenti