

Esercitazioni di Matematica Generale

Corso di laurea in Economia e Management

Insiemi di \mathbb{R} - Funzioni Reali di Variabile Reale - Geometria Analitica

28 Settembre 2017

Esercizio 1.

Stabilire se i seguenti insiemi sono aperti o chiusi oppure né aperti né chiusi:

- (i) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < |x - 2| < 3\}$; (ii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\}$;
(iii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\} \cup [0, 1]$; (iv) $\{x \in \mathbb{R} \mid (x - 2)^2 \neq 0\}$.

Esercizio 2.

Stabilire se i seguenti insiemi sono limitati o non limitati in \mathbb{R} , e determinarne, ove possibile, inf, sup, max o min in \mathbb{R} :

- (i) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-(-1)^n}{n+1}, n \in \mathbb{N}^+\}$; (ii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2}{n} - 1, n \in \mathbb{N}^+\} \cup [1, 2]$;
(iii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}\} \cup [0, 1]$; (iv) $[-2, 5) \cup \{\frac{13}{2}, 9\}$.

Inoltre, determinare l'insieme derivato e gli eventuali punti isolati, interni e di frontiera per ciascun insieme.

Esercizio 3.

Per ciascuna delle seguenti funzioni, stabilire se le funzioni sono pari, dispari oppure né pari né dispari. Inoltre stabilire, il dominio, il segno e le intersezioni con gli assi:

- (i) $f(x) := \frac{1}{x^2-1}$; (ii) $f(x) := \frac{x^3}{|x|+1}$;
(iii) $f(x) := \frac{2x+1}{x-1}$; (iv) $f(x) := x^4 - x^2$;
(v) $f(x) := \frac{x^4-1}{x^3+x^2-10x+8}$;

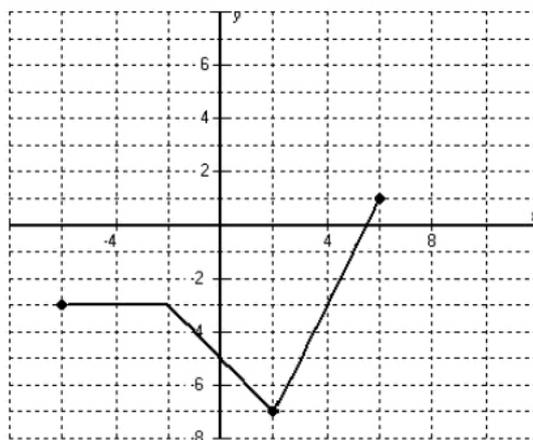
Esercizio 4.

Tracciare il grafico di ciascuna delle seguenti funzioni considerandola come traslata di una funzione elementare:

- (i) $f(x) := 3x - 1$; (ii) $f(x) := 1 + |x - 2|$; (iii) $f(x) := x^2 - x + 3$;
(iv) $f(x) := \sqrt{x - 2}$; (v) $f(x) := x^3 + 1$; (vi) $f(x) := \frac{1-3x}{x+1}$.

Esercizio 5.

Dato il grafico della funzione " $y = g(x)$ " in figura, disegnare il grafico delle trasformazioni sottostanti



- (a) $y = g(2x)$
- (b) $y = \frac{g(x)}{2}$
- (c) $y = 2g(3x)$
- (d) $y = \left| g\left(\frac{x}{2}\right) \right|$

Esercizio 6.

Scrivere le equazioni della rette che contengono i lati del quadrilatero $ABCD$, con vertici $A = (-3; 3)$, $B = (-3; -1)$, $C = (2; -2)$, $D = (2; 2)$. Verificare che il quadrilatero è un parallelogramma.

Esercizio 7.

Verificare se i punti $A = (-3; -2)$, $B = (6; 1)$, e $C = (1; -5)$ siano allineati. Inoltre, calcolare le distanze tra i punti.

Esercizio 8.

Data la retta del piano r di equazione $2x - 3y = 9$ ed il punto esterno $p = (4; -1)$ trovare:

1. la retta parallela a r passante per p
2. la retta perpendicolare a r passante per p .

Esercizio 9.

Determinare per quali valori di k , le rette

$$r : y = (3k - 2)x + 8, \quad s : y = 5x + 1,$$

sono parallele. Per quali valori di k , le rette sono perpendicolari.

Esercizio 10.

Determinare per quali valori di k , la retta $(k - 1)x + (2 - k)y + (2k - 1) = 0$ è:

- (a) parallela all'asse delle x ;
- (b) parallela all'asse delle y ;
- (c) parallela alla retta di equazione $x + 2y - 3 = 0$;
- (d) perpendicolare alla retta di equazione $x + 2y - 3 = 0$.

Esercizio 11.

Determinare per quali valori di k , la retta di equazione $2x - y + k = 0$ ha, dal punto $p = (1; 2)$, distanza uguale a $\sqrt{5}$. Determinare, inoltre, per quali valori di h , il punto $q = (h; 3h)$ ha distanza unitaria dalla retta di equazione $y = -2x - 1$.

Esercizio 12.

Determinare una funzione quadratica il cui grafico passa per i seguenti punti

$$(-1, 1), (1, 1), (3, 9).$$

Esercizio 13.

Determinare l'equazione della parabola il cui vertice è il punto $(2, 4)$ ed il suo punto di intersezione con l'asse y è $(0, 2)$.

Esercizio 14.

Per ogni funzione quadratica è assegnato il vertice. Trovare valori per a e b .

- (a) $y = ax^2 + bx - 27$; $(2, -3)$;
- (b) $y = ax^2 + bx + 5$; $(-1, 4)$.