

# Esercitazioni di Matematica Generale

Corso di laurea in Economia e Management

## Insiemi di $\mathbb{R}$ - Funzioni Reali di Variabile Reale - Geometria Analitica

28 Settembre 2017

### Esercizio 1.

Stabilire se i seguenti insiemi sono aperti o chiusi oppure né aperti né chiusi:

- (i)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < |x - 2| < 3\}$ ; (ii)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\}$ ;  
(iii)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\} \cup [0, 1]$ ; (iv)  $\{x \in \mathbb{R} \mid (x - 2)^2 \neq 0\}$ .

### Esercizio 2.

Stabilire se i seguenti insiemi sono limitati o non limitati in  $\mathbb{R}$ , e determinarne, ove possibile, inf, sup, max o min in  $\mathbb{R}$ :

- (i)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-(-1)^n}{n+1}, n \in \mathbb{N}^+\}$ ; (ii)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2}{n} - 1, n \in \mathbb{N}^+\} \cup [1, 2]$ ;  
(iii)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}\} \cup [0, 1]$ ; (iv)  $[-2, 5) \cup \{\frac{13}{2}, 9\}$ .

Inoltre, determinare l'insieme derivato e gli eventuali punti isolati, interni e di frontiera per ciascun insieme.

### Esercizio 3.

Per ciascuna delle seguenti funzioni, stabilire se le funzioni sono pari, dispari oppure né pari né dispari. Inoltre stabilire, il dominio, il segno e le intersezioni con gli assi:

- (i)  $f(x) := \frac{1}{x^2-1}$ ; (ii)  $f(x) := \frac{x^3}{|x|+1}$ ;  
(iii)  $f(x) := \frac{2x+1}{x-1}$ ; (iv)  $f(x) := x^4 - x^2$ ;  
(v)  $f(x) := \frac{x^4-1}{x^3+x^2-10x+8}$ ;

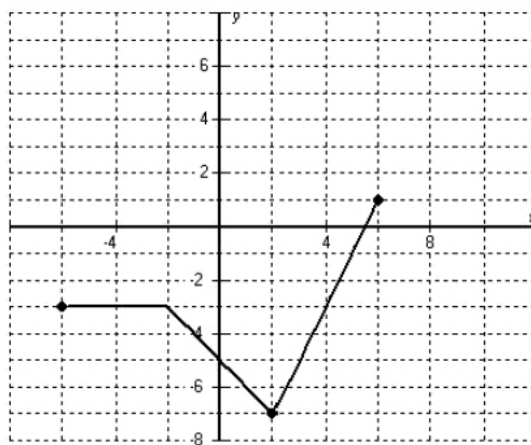
### Esercizio 4.

Tracciare il grafico di ciascuna delle seguenti funzioni considerandola come traslata di una funzione elementare:

- (i)  $f(x) := 3x - 1$ ; (ii)  $f(x) := 1 + |x - 2|$ ; (iii)  $f(x) := x^2 - x + 3$ ;  
(iv)  $f(x) := \sqrt{x - 2}$ ; (v)  $f(x) := x^3 + 1$ ; (vi)  $f(x) := \frac{1-3x}{x+1}$ .

**Esercizio 5.**

Dato il grafico della funzione "  $y = g(x)$  " in figura, disegnare il grafico delle trasformazioni sottostanti



(a)  $y = g(2x)$

(b)  $y = \frac{g(x)}{2}$

(c)  $y = 2g(3x)$

(d)  $y = \left| g\left(\frac{x}{2}\right) \right|$

**Esercizio 6.**

Scrivere le equazioni delle rette che contengono i lati del quadrilatero  $ABCD$ , con vertici  $A = (-3; 3)$ ,  $B = (-3; -1)$ ,  $C = (2; -2)$ ,  $D = (2; 2)$ . Verificare che il quadrilatero è un parallelogramma.

**Esercizio 7.**

Verificare se i punti  $A = (-3; -2)$ ,  $B = (6; 1)$ , e  $C = (1; -5)$  siano allineati. Inoltre, calcolare le distanze tra i punti.

**Esercizio 8.**

Data la retta del piano  $r$  di equazione  $2x - 3y = 9$  ed il punto esterno  $p = (4; -1)$  trovare:

1. la retta parallela a  $r$  passante per  $p$
2. la retta perpendicolare a  $r$  passante per  $p$ .

**Esercizio 9.**

Determinare per quali valori di  $k$ , le rette

$$r : y = (3k - 2)x + 8, \quad s : y = 5x + 1,$$

sono parallele. Per quali valori di  $k$ , le rette sono perpendicolari.

**Esercizio 10.**

Determinare per quali valori di  $k$ , la retta  $(k - 1)x + (2 - k)y + (2k - 1) = 0$  è:

- (a) parallela all'asse delle  $x$ ;
- (b) parallela all'asse delle  $y$ ;
- (c) parallela alla retta di equazione  $x + 2y - 3 = 0$ ;
- (d) perpendicolare alla retta di equazione  $x + 2y - 3 = 0$ .

**Esercizio 11.**

Determinare per quali valori di  $k$ , la retta di equazione  $2x - y + k = 0$  ha, dal punto  $p = (1; 2)$ , distanza uguale a  $\sqrt{5}$ . Determinare, inoltre, per quali valori di  $h$ , il punto  $q = (h; 3h)$  ha distanza unitaria dalla retta di equazione  $y = -2x - 1$ .

**Esercizio 12.**

Determinare una funzione quadratica il cui grafico passa per i seguenti punti

$$(-1, 1), (1, 1), (3, 9).$$

**Esercizio 13.**

Determinare l'equazione della parabola il cui vertice è il punto  $(2, 4)$  ed il suo punto di intersezione con l'asse  $y$  è  $(0, 2)$ .

**Esercizio 14.**

Per ogni funzione quadratica è assegnato il vertice. Trovare valori per  $a$  e  $b$ .

- (a)  $y = ax^2 + bx - 27$ ;  $(2, -3)$ ;
- (b)  $y = ax^2 + bx + 5$ ;  $(-1, 4)$ .