

MATEMATICA GENERALE - SECONDA ESERCITAZIONE

GIOVEDÌ, 28 OTTOBRE 2017

1) Stabilire se i seguenti insiemi sono aperti o chiusi oppure né aperti né chiusi:

- (i) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < |x - 2| < 3\}$; (ii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\}$;
 (iii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\} \cup [0, 1]$; (iv) $\{x \in \mathbb{R} \mid (x - 2)^2 \neq 0\}$.

2) Dati i seguenti insiemi

$$\begin{aligned} A &= (-\infty, -3) \\ B &= (-\sqrt{7}, 2\sqrt{2}) \\ C &= (-2, +\infty) \end{aligned}$$

Determinare $A \cup B \cup C$, $A \cap B \cap C$, $A \cup B$, $A^c \cap B^c \cap C^c$ e per ogni insieme ricavato determinare punti di accumulazione, punti di frontiera, punti interni, punti esterni, punti isolati, estremo inferiore, estremo superiore, massimo e minimo.

3) Dato l'insieme

$$A = \left\{ x = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

determinare punti di accumulazione, punti di frontiera, punti interni, punti esterni, punti isolati, estremo inferiore, estremo superiore, massimo e minimo.

4) Dato il seguente insieme

$$X = (1, 2) \cup \left\{ \frac{1}{n} \right\}_{n \geq 1}$$

determinare punti di accumulazione, punti di frontiera, punti interni, punti esterni, punti isolati, estremo inferiore, estremo superiore, massimo e minimo.

5) Scrivere le equazioni delle rette che contengono i lati del quadrilatero $ABCD$, dove $A(-3; 3)$, $B(-3; -1)$, $C(2; -2)$, $D(2; 2)$. Verificare che il quadrilatero è un parallelogramma.

6) Determinare per quali valori di k la retta di equazione $kx + (k + 1)y + 2 = 0$ è

- a) parallela all'asse x ;
- b) parallela all'asse y ;

- c) parallela alla retta di equazione $x - 2y = 0$;
- d) perpendicolare alla retta di equazione $4x - 2y + 1 = 0$.

7) Data la retta di equazione

$$x + (a + 2)y - 1 = 0$$

determinare a tale che la retta

- a) è parallela all'asse x ;
- b) è parallela all'asse y ;
- c) passa attraverso l'origine.

8) Determina una funzione quadratica il cui grafico passa per i seguenti punti

$$(-1, 1), (1, 1), (3, 9)$$

9) Determina l'equazione della parabola il cui vertice è il punto $(2, 4)$ ed il suo punto di intersezione con l'asse y è $(0, 2)$.

10) Per ogni funzione quadratica è assegnato il vertice. Trovare valori per a e b .

- a) $y = ax^2 + bx - 27$; $(2, -3)$;
- b) $y = ax^2 + bx + 5$; $(-1, 4)$.

11) Risolvi i seguenti problemi (2 points)

- a) Un teatro vende i suoi biglietti a 20, e di base riesce a vendere 500 biglietti. Da un'analisi commerciale si evince che ogni aumento di 1 sul prezzo del biglietto, produce una diminuzione di 10 vendite di biglietti.
 - 1) quale è il numero di aumenti di 1 che massimizzerà il guadagno finale del teatro?
 - 2) quale è il prezzo per biglietto che massimizza il guadagno finale?
 - 3) quale è il guadagno massimo?
- b) La somma di due numeri è 28. Trova due numeri tali che la somma dei loro quadrati sia un minimo.

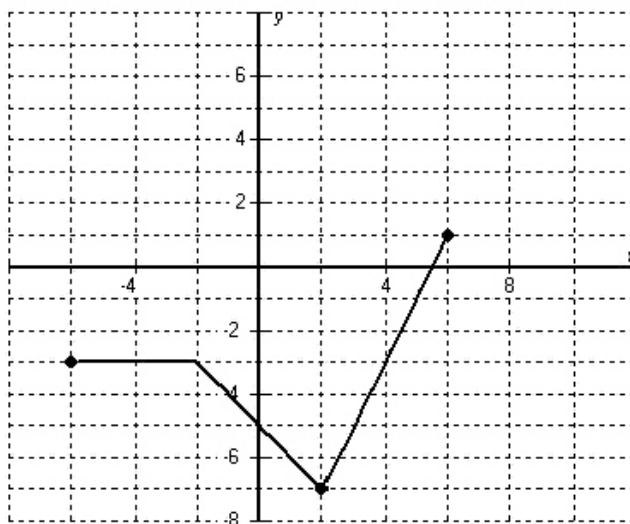
12) Applica una serie di trasformazioni per ottenere il grafico delle seguenti funzioni

a) $y = f(x) = \sqrt{x+3} + 5$

b) $y = g(x) = -|\frac{1}{x+4}| - 2$

c) $y = h(x) = (-2x+1)^3 - 2$

13) Dato il grafico della funzione "y = g(x)" in figura, disegnare il grafico delle trasformazioni sottostanti



a) $y = g(2x)$

b) $y = g(x)/2$

c) $y = 2g(3x)$

d) $y = |g(x/2)|$

14) Determinare se le seguenti funzioni sono pari, dispari o nessuno dei due casi

a) $y = f(x) = x^5 - 3x^3 + 7$

b) $y = h(x) = x^2 - 4$

c) $y = l(x) = \frac{x^2+4}{x^3-x}$

d) $y = k(x) = x\sqrt{(x-3)(x+3)}$