

Esercitazioni di Matematica Generale

Corso di laurea in Economia e Management

Sistemi Lineari e Matrici Diagonalizzabili

07 dicembre 2017

Esercizio 1.

Discutere se i seguenti sistemi sono compatibili. In caso affermativo, determinarne le soluzioni.

$$(i) \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}; \quad (ii) \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2.

Discutere la risolubilità dei sistemi lineari al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, specificando il numero di soluzioni nei vari casi. Nei casi in cui il sistema sia risolubile, calcolarne le soluzioni.

$$(i) \quad \begin{pmatrix} -k & 1 & -1 \\ -2 & k+1 & -2 \\ -1 & k & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad (ii) \quad \begin{pmatrix} k & 1 & 0 \\ 4 & k & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix};$$
$$(iii) \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & k & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ k-1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 3.

Discutere se le seguenti matrici sono o non sono diagonalizzabili. In caso affermativo, determinarne autovalori e autovettori.

$$\begin{pmatrix} -2 & -10 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4.

Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & 1 & k \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$$

ha 3 autovalori reali e distinti?

Esercizio 5.

Dire se le seguenti matrici sono positive:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & 7 & 4 \\ -5 & 4 & 9 \end{pmatrix}.$$