

1) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n^2}}{3n \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right)} ; \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

2) Studiare il comportamento delle serie

$$\sum \frac{1}{n^2 \log(n)} ; \sum (\sqrt{n^2+1} - n)$$

3) Dato una funzione reale f definita in $(a, +\infty)$, $a > 0$, continua in $x_0 \in (a, +\infty)$, ed una successione $x_n \in (a, +\infty) \forall n$, convergente ad x_0 , dimostrare che $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(x_0)$

4) Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\alpha/x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

è continua.

5) Dire se quali $a \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f = e^{\frac{ax-1}{x-2}}$$

è decrescente

6) A quali tra le seguenti funzioni

reali è applicabile il ~~teor.~~ teo. di Weierstrass
negli intervalli specificati:?

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 1]$$

$$b) f(x) = \begin{cases} 1/x & x \neq 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 1]$$

$$c) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \quad \text{in } [-1, 1]$$