Programma particolareggiato delle lezioni svolte nel corso di laurea EM di Matematica Generale, 12 cfu, II canale, nell'anno accademico 2019/2020 dal Prof. F. Manzini.

Parte A

16-9 - Lez. 1 - Generalità sul corso e sulle modalità di esame. Insiemi ed elementi, sottoinsiemi, unione ed intersezione , insieme differenza, complementare, insieme delle parti, partizione di un insieme, prodotto cartesiano (cap 1 par 5.1,5.2,5.3).

17-9 - Lez. - 2 - Applicazioni fra insiemi, dominio e codominio, immagini e controimmagini (cap 2 par 1), iniettività e suriettività. Funzioni composte e funzione inversa (cap 2 par 5.1,5.2).

18-9 - Lez. 3 - Insiemi numerici : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ con rispettive proprietà algebriche, proprietà dell'ordinamento lineare $\leq$ e relazioni tra le operazioni e l'ordinamento; rappresentazione decimale dei numeri. Rappresentazione dei numeri su retta orientata. Densità di $\mathbb{Q}$. Insieme $\mathbb{R}$ (cap 1 par 1,2,3) e sue proprietà algebriche; completezza di $\mathbb{R}$; irrazionalità di $\sqrt{2}$.

23-9 - Lez. 4 - Corrispondenza biunivoca tra insiemi, insiemi finiti ed insiemi infiniti ma numerabili, numerabilità di $\mathbb{Z}$. Cenni alla non numerabilità di $\mathbb{R}$. Sistema di ascisse su una retta ; intervalli propri ed impropri (cap 1 par 6,6.1), intorni di un punto, punti interni ed esterni di un insieme, insiemi aperti e chiusi (cap 10 par 2). Punti di frontiera (cap 10 par 2), punti di accumulazione e punti isolati di un insieme.

24-9 - Lez. 5 - Massimo, minimo (cap 1 par 6,6.1), maggioranti e minoranti, estremo superiore ed inferiore di un insieme. Esempi svolti in aula.

$\square$

Parte B

Funzioni reali di variabile reale, iniettive, suriettive, biiettive; funzione inversa. Funzioni lineari affini $f(x) = ax + b$ (con $a \neq 0$): iniettività e suriettività e calcolo esplicito della inversa. Funzione $f(x) = x^2$, funzione $f(x) = \sqrt{x}$, funzione $f(x) = |x|$; funzioni $f(x) = \sqrt[n]{x}$ $n \in \mathbb{N}$, funzioni limitate, funzioni monotone (cap 2 par 6.2). Funzioni pari e dispari.

25-9 - Lez. 6 - Rette nel piano cartesiano, equazione in forma implicita ed esplicita; Interpretazione geometrica del coefficiente angolare ed intercetta; (cap 2 par 3), fascio di rette per un punto e retta per due punti . Parallelismo, incidenza e perpendicolarità. Equazione segmentaria della retta, distanza tra retta e punto, condizione di allineamento di tre punti. Alcuni esempi in aula.

30-9 - Lez. 7 - Definizione di polinomio, radice di un polinomio; polinomi reali di primo e secondo grado e rispettive radici. Radici di un trinomio reale di secondo grado con $\Delta < 0$: numeri complessi; proprietà algebriche dei numeri complessi. Modulo di un numero complesso. Piano di Argand-Gauss e rappresentazione trigonometrica di un numero complesso. Esempi svolti in aula.

Teorema fondamentale dell'algebra, teorema di Ruffini, fattorizzazione dei polinomi in $\mathbb{R}[\mathbb{X}]$. Soluzioni delle disequazioni algebriche di primo e secondo grado. Esempi svolti in aula.

1-10 - Lez. 8 - Funzione radice cubica. Disequazioni fratte ed irrazionali. Soluzione in aula di

$$\sqrt{2x-1} - x \geq 0, \quad -\sqrt{4x-3} + x \geq 0, \quad \sqrt[3]{x^3 + x - 1} \geq x$$

Regola di Ruffini; inizio dello studio di funzione: dominio, segno e intersezione con gli assi di:

$$\frac{3x-1}{1-x}, \quad \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x-2}, \quad \frac{1}{\sqrt{x^2+x}}, \quad \sqrt{\frac{x-3}{x^2-3x+2}},$$
$$\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 - 3x + 2}, \quad \frac{1}{\sqrt{2x + x^2} - x}, \quad \frac{x + 2|x|}{x-1}$$

Funzioni esponenziali e logaritmiche (cap 2 par 8.1, 8.2)

2-10 - Lez. 9 - Svolte in aula (dominio, segno, intersezione con assi):

$$\log\left(x^2 - 3x + 2\right), \quad \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 3x + 2\right), \quad \frac{\log(x)}{\log(x) - 1}, \quad \frac{1}{\log(x) + 1},$$
$$\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}(x) - 1}$$

Funzioni assegnate:

$$e^x - e^{\frac{1}{x}}, \quad e^{\sqrt{x^2 - x}} - e^{\sqrt{x}}$$

Alcune trasformazioni geometriche di funzione. Funzioni trigonometriche: $\sin(x), \cos(x), \tan(x)$ e loro inverse.(cap 2 par 8.3). Dominio e segno di :

$$\frac{\sin(x)}{\cos(x) - 1}, \quad \sin(\log(x))$$

7-10 - Lez. 10 - Generalità sulle successioni (cap 3 par 1.1), monotonia (cap 2 def 6.2), convergenza e divergenza (cap 3 par 1.1-1.3). Esempi svolti in aula. Successioni indeterminate (cap 3 def 1.4); successioni limitate, comportamento asintotico delle successioni monotone. Esempi vari, tra i quali dimostrare che :

$$\lim_n n^2 = +\infty$$
$$\lim_n x^n = +\infty \quad \text{per} \quad x > 1$$
$$\lim_n x^n = 0 \quad \text{per} \quad -1 < x < 1$$
$$\lim_n \log\left(\frac{1}{n}\right) = -\infty$$

Comportamento asintotico delle successioni geometriche (cap 3 teor 3.1,par 3.2).

8-10 - Lez. 11 - . Teoremi sulle successioni: unicità del limite (cap 3 par 1.5), confronto (cap 3 teor 5.1), due carabinieri (cap 3 teor 5.2), permanenza del segno. Limiti di somme, prodotti, quozienti di successioni (cap 3 par 5.2). Limite di $a_n^{b_n}$. Tutte le 7 forme indeterminate.

9-10 - Lez. 12 - successioni infinitesime ed infinite (cap 3 par 6.1,6.2); confronto tra le successioni infinite seguenti :(cap 3 par 6.1)

$$log^{\alpha}(n), \quad n^{\beta}, \quad a^n, \quad n!, \quad n^n \quad \forall \quad \alpha > 0, \beta > 0, a > 1;$$

limiti notevoli:

$$\lim_n n \sin\left(\frac{1}{n}\right) = 1, \quad \lim_n \left(1 + \frac{k}{n}\right)^{\frac{n}{h}} = e^{\frac{k}{h}}, \quad \lim_n n^2 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right) = \frac{1}{2}$$

Sottosuccessioni di una successione; teorema delle sottosuccessioni; Confronto tra successioni infinitesime ed infinite. Esempi vari. Successioni asintotiche. Criterio del rapporto per successioni e discussione di alcuni limiti notevoli (cap 3 par 6.1). Serie numeriche : convergenza, divergenza, indeterminazione (cap 6 def 1.1,1.2); esempi:

$$\sum_{k\geq 1} \frac{1}{k(k+1)}, \quad \sum_{k\geq 0} \left(\frac{1}{2}\right)^k, \quad \sum_k k, \quad \sum_k (-1)^k$$

Serie geometriche e loro comportamento asintotico (cap 6 par 2)

14-10 - Lez. 13 - Serie a termini di segno costante (cap 6 teor 4.1), condizione necessaria di convergenza (cap 6 teor 3.1), criterio del rapporto (cap 6 teor 4.4) criterio del confronto (cap 6 teor 4.2), criterio del confronto asintotico; serie armonica, divergenza della seria armonica, serie armonica generalizzata (cap 6 esem 4.1). Funzioni reali di variabile reale : limiti finiti all'infinito. Esempi vari.

15-10 - Lez. 14 - Tutti gli altri limiti (cap 3 par 2). Esempi vari. Teorema ponte; esempi di funzione che non ammettono limite.

$$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{in} \quad x_0 = 0; \quad g(x) = \sin(x) \quad \text{a} \quad \pm\infty.$$

Teoremi sulle operazioni tra limiti (cap 3 par 5.2); del confronto (cap 3 teor 5.1), dei carabinieri (cap 3 teor 5.2), della permanenza del segno (cap 3 pag.86).

16-10 - Lez. 15 - Calcolo dei limiti

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{\sin(x)}{x} = 0$$

Limiti destro e sinistro di una funzione (in un punto) finito o no (cap 3 par 2.1,2.2), esempi vari; calcolo di

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x}{|x|}, \quad \lim_{x\to 0^-} \frac{x}{|x|}$$

Relazione fra limiti, limiti destri e sinistri di una funzione in un punto. Calcolo dei limiti:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \quad \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$$

con argomentazioni geometriche (cap 3 es 5.11).
Funzioni infinitesime ed infinite al finito ed all'infinito; confronti fra funzioni infinitesime/infinite (cap 3 par 6). Funzioni asintotiche. Esempio di infinitesimi non confrontabili:

$$f(x) = \begin{cases} x\sin\left(\frac{1}{x}\right) & \forall x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = x \quad \text{in} \quad x_0 = 0$$

Esempio di infiniti non confrontabili:

$$f(x) = 2x + x\sin(x) \quad \text{e} \quad g(x) = x \quad \text{per x} \to +\infty.$$

Infinitesimi ed infiniti campione al finito ed all'infinito. Ordine di infinitesimo o di infinito al finito e all'infinito. Esempi vari.

21-10 - Lez. 16 - Limiti all'infinito di funzioni razionali intere e fratte. Continuità di una funzione, verifica che $f(x) = \log(x)$ è continua; cenni alla continuità uniforme; somma, prodotto, quoziente di funzioni continue, funzioni composte di funzioni continue, funzioni continue elementari. Calcolo di alcuni limiti.

$$\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{x} = 1 \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^x - 1}{x} = 1$$

Teoremi sulle funzioni continue: della permanenza del segno, di Weierstrass (cap 4 teo 3.4), dei valori intermedi (cap 4 teo 3.2), degli zeri(cap 4 teo 3.1); esempi e controesempi vari.

22-10 - Lez. 17 - Asintoti verticali, orizzontali e/o obliqui di una funzione. Esempi. Calcolo di alcuni limiti. Definizione di derivata , equazione della retta tangente (cap 5 par 1) al grafico di una funzione in un punto. Derivate destre e sinistre di una funzione in un punto (cap 5, def 1.4), interpretazione geometrica. Funzioni non derivabili (p.ti angolosi, p.ti di cuspide e p.ti a tangente verticale). Relazione tra continuità e derivabilità di una funzione in un punto (cap 5, par 1.1)

23-10 - Lez. 18 - Regole di derivazione e tabella delle derivate delle funzioni "elementari ". Esempi svolti in aula. Punti di massimo e minimo locali e globali(cap 2, def 6.3 e 6.7), teorema di Fermat sui punti stazionari (cap 5, teor 7.1). crescenza / decrescenza di una funzione e segno della derivata prima (cap 5, par 9).

4-11 - Lez. 19 - Convessità e concavità di una funzione e interpretazione geometrica; punti di flesso, interpretazione geometrica e caratterizzazione analitica (cap 5, par 12). Esempi svolti in aula.

$$\frac{x|x| + 2x + 1}{|x|}, \quad \frac{\log(x)}{x}, \quad xe^{\frac{1}{x}}, \quad \left(x^2 - 8\right)e^x$$

5-11 - Lez. 20 - Differenziale, polinomio e formula di Taylor; valutazione dell' infinitesimalità del resto. Cenni allo sviluppo in serie di Taylor di una funzione (cap 7, par 7.2 def 7.1 e parte del teor 7.5). Polinomi di Taylor delle funzioni:

$$\sqrt{x}, \quad \sin(x), \quad \cos(x), \quad e^x, \quad \log(x+1)$$

Calcolo di alcuni limiti con l'utilizzo della formula di Taylor. Cenni al confronto (figura 1) tra il grafico della funzione $\sin(x)$ ed i polinomi di Taylor di ordine 1 e 3 di essa centrati nel punto $x_0 = 0$.

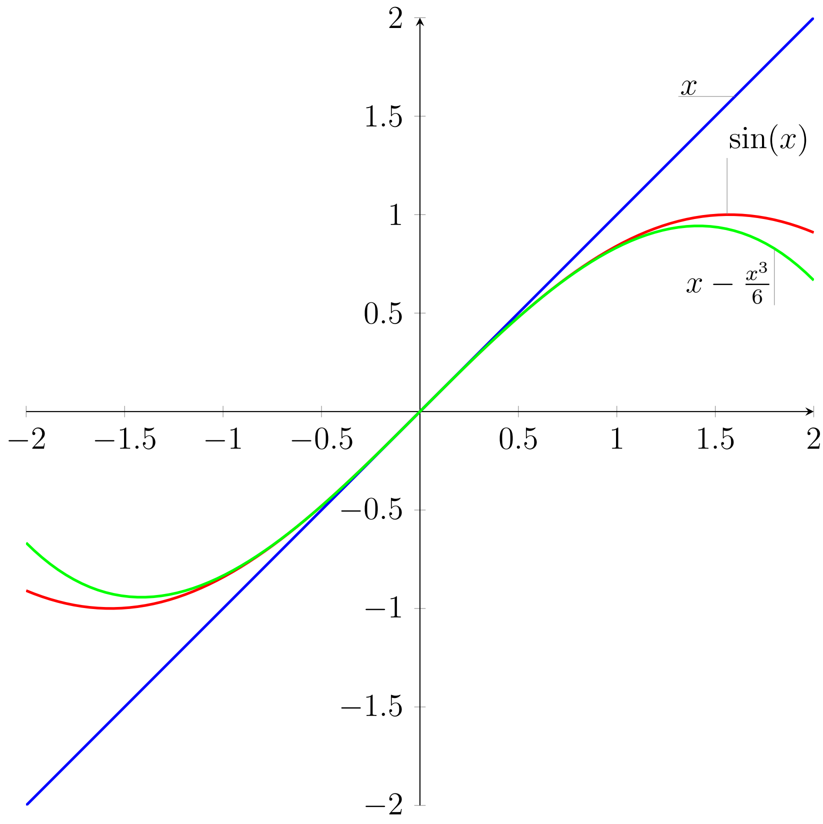

Figura 1: Confronto tra la funzione e le approssimazioni dei polinomi di Taylor.

6-11 - Lez. 21 - Caratterizzazione dei punti stazionari di una funzione mediante il valore delle derivate "successive" calcolate in essi (cap 7, par 7.3 teor 7.6-7.7). Teoremi di Rolle, Lagrange, (cap 5, par 8) Teor. di de l'Hôpital (cap 5, par 10). Cenni al Teor. di Cauchy. Calcolo di alcuni limiti.

11-11 - Lez. 22 - Binomio di Newton e triangolo di Tartaglia.

□

Parte C

Definizione di primitiva (cap 7, def 4.1), integrale indefinito (cap 7, par 5), tabella degli integrali indefiniti delle funzioni elementari, regola di sostituzione immediata (cap 7, par 5.4). Calcolo di alcuni integrali indefiniti.

12-11 - Lez. 23 - Integrale definito e funzioni integrabili (secondo Riemann) (cap 7, par 1,2); esempio di funzione non integrabile (secondo Riemann) nell'intervallo $[0,1]$: la funzione di Dirichlet

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in [0,1] \cap \mathbb{Q} \\ 0 & x \in [0,1] \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

Proprietá dell'integrale definito (cap 7, par 3.1). Integrabilitá delle funzioni continue e monotone, Teorema della media integrale per funzioni limitate ed integrabili.

13-11 - Lez. 24 - Teorema della media integrale per funzioni continue, Teorema di Torricelli - Barrow e calcolo dell'integrale definito (cap 7, par 4). Esempi svolti in aula. Integrazione per parti. Esempi in aula.

18-11 - Lez. 25 - Integrazione per sostituzione (cap 7, par 5.3,5.4). Esempi svolti in aula. Integrazione di alcune funzioni razionali:

$$\int \frac{P_n(x)}{ax^2+bx+c}dx \quad , P_n \text{ polinomio di grado } n \geq 0 \quad a,b,c \in \mathbb{R},\ a \neq 0$$

$\square$

Parte D

Spazi vettoriali e loro proprietà. $\mathbb{R}^n$, spazio vettoriale (su $\mathbb{R}$) (cap 8, par 1,2). Vettori riga e colonna, combinazioni lineari tra vettori (cap 3, par 2.1), prodotto scalare tra vettori, vettori ortogonali.

19-11 - Lez. 26 - Norma di un vettore e distanza tra 2 punti (cap 8, par 3). Sottospazi vettoriali, sottospazio generato da un insieme di vettori (cap 3, microt 4.1), insieme di generatori per uno spazio vettoriale, dipendenza ed indipendenza lineare di vettori e loro proprietà (cap 3, par 5), base di uno spazio vettoriale, ortogonalità ed indipendenza lineare, rango di un insieme di vettori, proprietà del rango. Base canonica di $\mathbb{R}^n$ (cap 8, esem 4.1), coordinate di un vettore. Dimensione di uno spazio vettoriale (cap 8, par 6).

20-11 - Lez. 27 - Definizione di sistema lineare (cap 9, par 1). Matrici; operazioni tra matrici: somma , prodotto per uno scalare, prodotto righe per colonne ; matrici trasposte e simmetriche, matrici diagonali, triangolari superiori ed inferiori, matrice nulla e matrice unità (cap 8, par 7,8,8.2). Determinante di una matrice quadrata secondo lo sviluppo di Laplace. Regola di Sarrus. Scrittura di un sistema lineare nella forma:

$$A\overline{x} = \overline{b}$$

(cap 9, par 1,1.2). Proprietà del determinante (cap 8, par 9,9.1).

25-11 - Lez. 28 - Matrice inversa (cap 8, par 8.3,10). Rango di una matrice (cap 8, par 11), rango per righe e per colonne di una matrice (cap 8, teor. 11.2), teorema di Kronecker (cap 8, teor. 11.1). Dimensione degli spazi vettoriali generati da un insieme finito di vettori.

26-11 - Lez. 29 - Relazioni fra rango di una matrice quadrata, rango dei vettori riga/colonna, determinante della stessa ed inversa.
Teorema di Cramer (cap 9, par 2) ed espressione della soluzione nella forma

$$\overline{x} = A^{-1}\overline{b}.$$

Teorema di Rouché - Capelli (cap 9, par 3,3.1). Esempi svolti in aula.

27-11 - Lez. 30 - Esercizi svolti in aula.

Studiare , al variare di $t \in \mathbb{R}$, le soluzioni dei sistemi lineari seguenti:

$$\begin{cases} x + tz = 1 \\ -tx + y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y + tz = 1 \\ 2x + ty + 4z = 5 \end{cases}$$

Sistemi lineari omogenei e loro soluzioni (cap 9, par 4.1), determinazione dello spazio vettoriale di tali soluzioni, individuazione di una base e della dimensione di tali spazi. Esercizi svolti in aula:

> Studiare lo spazio vettoriale delle soluzioni del sistema omogeneo seguente, individuandone una base e calcolandone la dimensione, al variare di $t \in \mathbb{R}$.
>
> $$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ tx + y = 0 \\ x + ty + z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x - y = 0 \\ tx + y = 0 \\ x + ty = 0 \end{cases}$$

Definizione di autovalore di una matrice quadrata reale. Matrice caratteristica e polinomio caratteristico, autospazio associato ad un autovalore. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Esempi svolti in aula.

2-12 - Lez. 31 - Matrici simili, matrici simili hanno lo stesso polinomio caratteristico; matrici diagonalizzabili, e matrici diagonalizzanti; caratterizzazione della matrice diagonalizzante. Esempi svolti in aula.

> Date le seguenti matrici, calcolarne gli autovalori e le rispettive molteplicità algebriche e geometriche; determinare inoltre l'autospazio associato ad ogni autovalore ed una base per esso; dire inoltre se la matrice è diagonalizzabile; in tale caso specificarne la matrice diagonale e quella diagonalizzante.
>
> $$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Matrici definite, semidefinite, indefinite;

3-12 - Lez. 32 - Caratterizzazioni delle matrici definite, semidefinite ed indefinite tramite autovalori; traccia di una matrice; discussione del caso n=2.

□

Parte E

Topologia di $\mathbb{R}^2$ indotta dalla distanza euclidea; intorni di un punto, punti interni di un insieme, insiemi aperti, chiusi, limitati, convessi, frontiera di un insieme (cenni al caso $\mathbb{R}^n$) Funzioni reali di due variabili reali: dominio, continuità. Massimi e minimi locali e globali (cap 10, pag 287)(vedi figura 2 e 3 rispettivamente).

4-12 - Lez. 33 - Teor. di Weierstrass (cap 10, teor 5.1); curve in $\mathbb{R}^2$; curve regolari e regolari a tratti, espresse in forma parametrica e cartesiana (cap 14, par. 14.5); rette tangenti alle curve. Curve di livello di una funzione (cap 10, par. 1.2) (vedi figura 5); differenziabilità (cap 10, par. 7),derivate parziali (cap 10, par 6), differenziale primo (cap 10, def 7.1); gradiente di una funzione (cap 10, def 6.2). Equazione piano tangente (cap 10, pag 296);

9-12 - Lez. 34 - Rette tangenti a curve di livello (cap 10, par 11 pag 322); gradiente e curve di livello (cap 10, pag 322 microt. 7.1) (vedi figura 6); Formula di Taylor arrestata al differenziale di secondo ordine (cap 10, par 9,9.1,9.2). Teor. di Fermat (cap 10, teor. 11.1). Condizioni del secondo ordine (cap 10, par 11.2, teor 11.2). Punti di sella: vedi figura 4.

Determinare massimi e minimi locali/assoluti delle funzioni $f(x, y)$ negli insiemi specificati

$$f(x, y) = xe^x + y^2 \quad in \quad \mathbb{R}^2$$
$$f(x, y) = 2x^2y - xy^2 + 2xy - y^2 \quad in \quad \mathbb{R}^2$$
$$f(x, y) = x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2 \quad in \quad \mathbb{R}^2$$
$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{2} + 3y^2 + 4yz + z^2 \quad in \quad \mathbb{R}^3$$
$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{2} + 2xy + 4y^2 + \frac{9z^2}{2} \quad in \quad \mathbb{R}^3$$
$$f(x, y, z) = 3x^2 + 2xy + y^2 + xz + z^2 - xy^2 \quad in \quad \mathbb{R}^3$$

10-12 - Lez. 35 - Determinazione dei punti di massimo e minimo vincolati (un solo vincolo) ,locali ed assoluti , tramite l'utilizzo del metodo della sostituzione e della Lagrangiana (condizioni di I e II ordine) (cap 10, pag 317),(cap 10, teor 12.2) nel caso $\mathbb{R}^2$. Esempi svolti in aula:

massimi e minimi relativi di

$$f(x, y) = xy \quad \text{in} \quad V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 4y = 16\}$$

massimi e minimi relativi di

$$f(x, y) = x^2y + xy^3 \quad \text{in} \quad V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 1\}$$

massimi e minimi assoluti di

$$f(x, y) = xy \quad \text{in} \quad V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$$

massimi e minimi assoluti di

$$f(x, y) = x^2 + y^2 \quad \text{in} \quad V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$$

11-12 - Lez. 36 - Determinazione dei punti di massimo e minimo vincolati (un solo vincolo),locali ed assoluti, tramite l'utilizzo della Lagrangiana (condizioni di I e II ordine) (cap 10, pag 317),(cap 10, teor 12.5) nel caso $\mathbb{R}^n$

massimi e minimi relativi di

$$f(x, y, z) = 1/2(x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 2xy) \quad \text{in} \quad V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 1\}$$

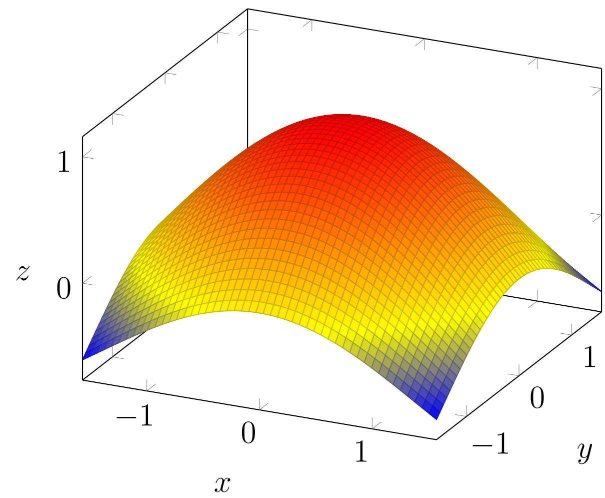

Figura 2: $z = \cos(x^2 + y^2)$ in un intorno dell'origine

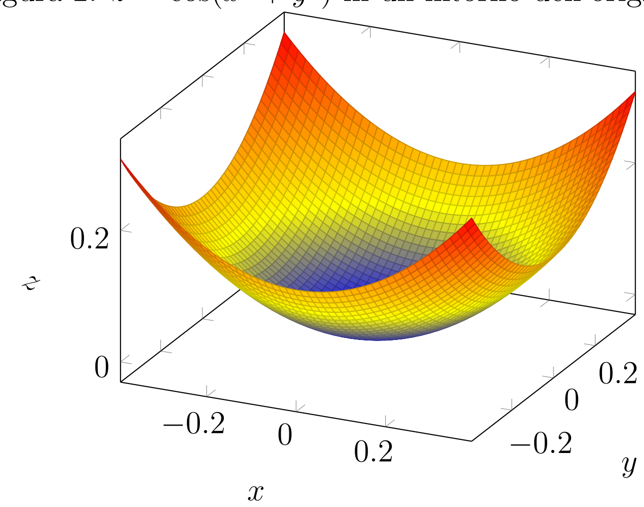

Figura 3: $z = x^2 + y^2$ in un intorno dell'origine

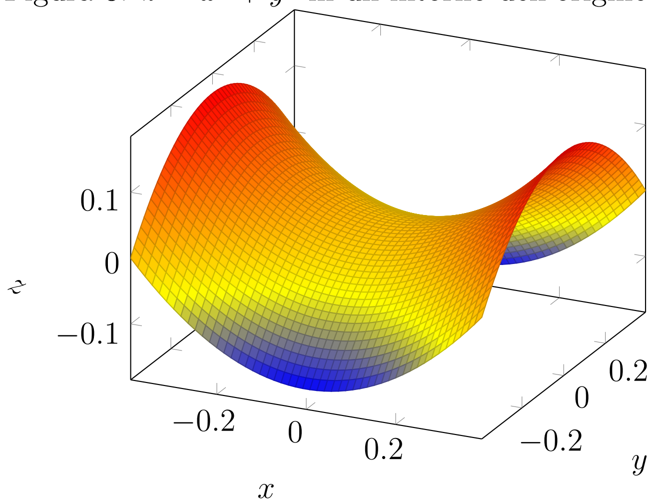

Figura 4: $z = x^2 - y^2$ in un intorno dell'origine

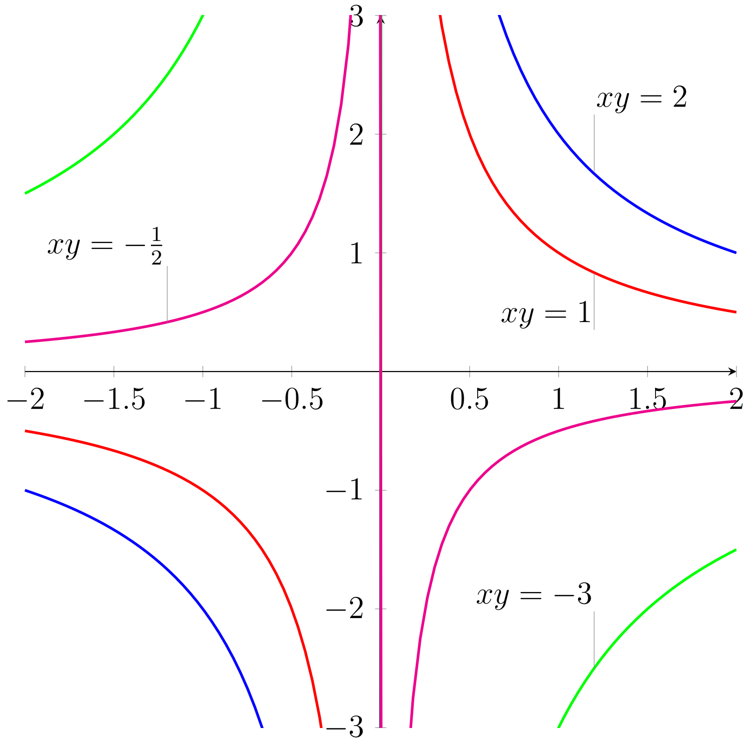

Figura 5: Curve di livello della funzione $f(x, y) = xy$

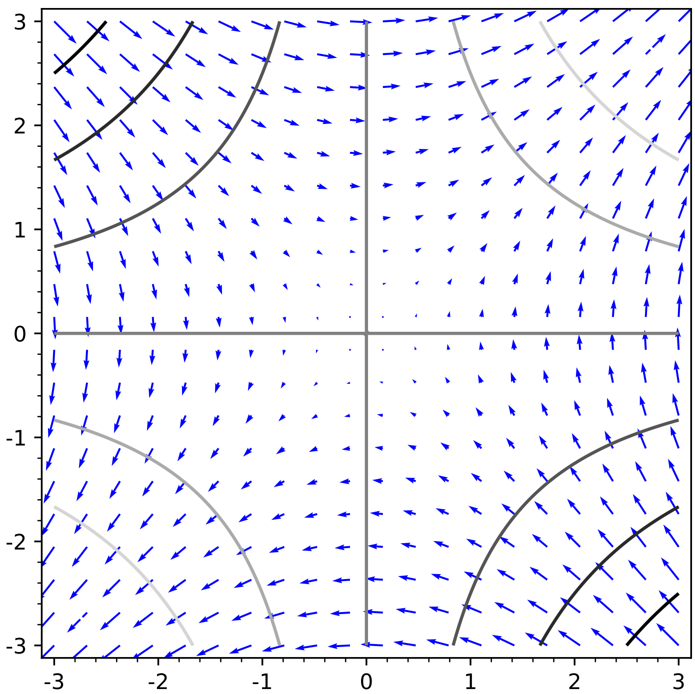

Figura 6 : Curve di livello di $f(x, y) = xy$ e vettori $\bigtriangledown f$ tracciati nel piano.

Gli argomenti sottolineati sono comprensivi di dimostrazione.

Testi di riferimento:

1. Matematica per l'economia e l'azienda. L.Peccati, S.Salsa, A.Squellati - Egea - III ed. (riferimenti in blu)

2. Matematica Generale. Simon, Blume - Egea 2007 (riferimenti in verde).

3. Esercizi di Matematica Generale, A.Bersani, F.Manzini, L. Mastroeni, Esculapio Ed.