

Matematica Generale

Esercitazione 2

03/10/2023

Docente: Annalisa Fabretti.
Esercitatore: Simone La Cesa.

Economia e Management

Esercizio 1. *Dimostra le due leggi di De Morgan*

$$(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$$
$$(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$$

Esercizio 2. *Calcolare l'unione $A \cup B$, l'intersezione $A \cap B$ e la differenza $A - B$ dei seguenti insiemi:*

- (a) $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 3, 5\}$
- (b) $A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 < 10\}, B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 < 10\}$
- (c) $A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 < 15\}, B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 10\}$

Esercizio 3. *Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} : 2 < x \leq 9\}, B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ è un divisore di } 18\}$ e $C = \{x \in \mathbb{N} : x = 2n - 1, n < 6\}$, scrivi per elencazione e rappresenta con i diagrammi di Venn i seguenti insiemi:*

- (a) $(A \cap B) \cup C$
- (b) $(A \cap C) \cap (B \cup C)$
- (c) $(B - C) \cap A$

Esercizio 4. *Dati gli intervalli in \mathbb{R} $A = (-6; 5), B = [0; 5]$ e $C = (-\infty; 0)$ determina:*

- (a) $A \cup B, A \cup C, B \cup C, A \cup B \cup C$
- (b) $A \cap B, A \cap C, B \cap C, A \cap B \cap C$
- (c) $A^C, B^C, C^C, (A \cup B)^C$

Esercizio 5. Rappresenta con la notazione degli intervalli i seguenti insiemi

$$(a) A = \{x \in \mathbb{R} : -5 \leq x < 2\}$$

$$(b) B = \mathbb{R} - 8$$

$$(c) C = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x-2} > 0\}$$

$$(d) D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x < 0\}$$

Determina quale tra questi insiemi è un intorno di $x_0 = 2$.

Esercizio 6. Dimostra l'irrazionalità di $\sqrt{2}$

Esercizio 7. Nell'insieme $A = \{3, 7, 9, 18, 19, 28, 35, 36\}$ considera la relazione $\mathcal{R} : a\mathcal{R}b \iff a$ è divisibile per b .

Rappresenta la relazione con i diagrammi di Eulero-Venn e determina se tale relazione è riflessiva, simmetrica e transitiva. Determina inoltre se tale relazione è una funzione.

Esercizio 8. Data la funzione numerica $f : \mathcal{D} \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$f(x) = 2x^2 - 1,$$

determina il dominio \mathcal{D} . Determina inoltre se la funzione è iniettiva, suriettiva e dunque biettiva.

Nel caso in cui non sia iniettiva e/o suriettiva, restringi opportunamente il dominio e il codominio per renderla invertibile e trova la funzione inversa. Ripeti lo stesso esercizio con le funzioni:

$$(a) f_2(x) = \frac{3x+2}{x}$$

$$(b) f_3(x) = e^x$$

$$(c) f_4(x) = \sqrt{x-4}$$

$$(d) f_5(x) = \tan(x)$$