

Matematica Generale

Esercitazione 4

23/10/2023

Docente: Annalisa Fabretti.
Esercitatore: Simone La Cesa.

Economia e Management

Esercizio 1. *Calcola i seguenti limiti di successione.*

$$(a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+4}{2n^2+3}$$

$$(g) \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(\pi n)$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3-3n}{n+2}$$

$$(h) \lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin\left(\frac{3}{n}\right)$$

$$(c) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2+n} - n$$

$$(i) \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{7}{n}\right)^{2n}$$

$$(d) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^3+9n^2}-\sqrt{n^4+1}}{n^2+2}$$

$$(j) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$$

$$(e) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7^n(1-n)}{1+n^2}$$

$$(k) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{2}{n^2}\right)}{1-\cos\left(\frac{1}{n}\right)}$$

$$(f) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{n!}$$

$$(l) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3(1-e^{\frac{1}{n}})(1-\cos(\frac{1}{n}))}{\sin^2(\frac{1}{n})}$$

Esercizio 2. *Di questi intervalli di \mathbb{R} determina l'estremo inferiore e superiore, indicando anche se sono massimo e minimo.*

$$(a) A = (1; 3)$$

$$(b) B = [1; 2)$$

$$(c) C = (0; +\infty)$$

$$(d) D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 9 > 0\}$$

$$(e) \ E = \{x \in \mathbb{R} : x = \frac{2n+1}{n}, n \in \mathbb{N} - \{0\}\}$$

$$(f) \ F = \{x \in \mathbb{R} : x = \frac{10n^2+n}{2n+1}, n \in \mathbb{N}\}$$

Esercizio 3. *Dimostra per induzione la validità delle seguenti uguaglianze*

$$(a) \ 1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$(b) \ 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$(c) \ 1 + 4 + 4^2 + 4^3 + \dots = \sum_{k=0}^n 4^k = \frac{4^{n+1}-1}{3}$$