

Matematica Generale

Esercitazione 5

06/11/2023

Docente: Annalisa Fabretti.
Esercitatore: Simone La Cesa.

Economia e Management

Esercizio 1. *Calcola i seguenti limiti di funzione.*

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x^5+x^3-1}$$

$$(f) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$$

$$(g) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3+x^2}{2x^5+2x}$$

$$(h) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{\ln(1+x^2)}$$

$$(d) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2+2e^x}{x^3+\ln(x^2)}$$

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x)$$

$$(e) \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+9x^2+27x+27}{x^2+6x+9}$$

$$(j) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{2x^2+2}{x-1}}$$

Esercizio 2. *Determina il dominio delle seguenti funzioni, le intersezioni con gli assi cartesiani, studia il segno e gli asintoti (se esistono).*

$$(a) \quad f_1(x) = \frac{4x^2-x+1}{x^2-1}$$

$$(b) \quad f_2(x) = \frac{x^4}{1-x^3}$$

$$(c) \quad f_3(x) = \sqrt{x^2-9}$$

$$(d) \quad f_4(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$$

$$(e) f_5(x) = \ln \frac{x^2+x-2}{x^2-1}$$

Esercizio 3. Stabilisci se le seguenti funzioni sono continue nel loro dominio.

$$(a) f(x) = \begin{cases} x^3 - 2 & \text{se } x \leq 1 \\ -x + \ln(x) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} xe^{x-2} & \text{se } x < 2 \\ x^2 - 2x + 1 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right|$$

Esercizio 4. Determina i valori dei parametri α e $\beta \in \mathbb{R}$ affinché le funzioni siano continue in tutto \mathbb{R} .

$$(a) f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\alpha x)}{x} & \text{se } x < 0 \\ x^2 + 2\alpha + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$$(b) f(x) = \begin{cases} x^2 - 2\beta & \text{se } x < -1 \\ 2x - \beta & \text{se } -1 \leq x < 3 \\ \sqrt{2x + \alpha} & \text{se } x \geq 3 \end{cases}$$

$$(c) f(x) = \begin{cases} x - \alpha & \text{se } x \leq 0 \\ |\beta - x^2| & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Esercizio 5. Dimostra che le seguenti serie geometriche convergono e calcolane la somma.

$$(a) \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + 4^n}{16^n}$$

$$(b) \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{3^n}$$