

Matematica Generale

Esercitazione 7

20/11/2023

Docente: Annalisa Fabretti.
Esercitatore: Simone La Cesa.

Economia e Management

Esercizio 1. Calcola i seguenti limiti utilizzando il teorema di De L'Hôpital.

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x))^{1/x^2}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 2)e^{-2x+1}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{3x}}{\sin(2x)}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{\ln(a)}{\ln(x+1)}} \quad a \in \mathbb{R}^+$$

Esercizio 2. Calcola lo sviluppo in serie di Taylor all'ordine n indicato nel punto $x_0 = 0$.

$$(a) f(x) = \sqrt[3]{1 + 2x} \quad n = 3$$

$$(b) f(x) = \cos(x) - e^{-\frac{x^2}{2}} \quad n = 6$$

$$(c) f(x) = \cos(x) \ln(1 + 2x) \quad n = 6$$

Esercizio 3. Utilizzando lo sviluppo in serie di Taylor della funzione in $x = 0$, troncato al secondo ordine, calcola il valore approssimato di $f(0.2)$.

$$(a) f(x) = \sqrt[2]{1 + 2x}$$

$$(b) f(x) = \ln\left(1 + \frac{x}{2}\right)$$

Esercizio 4. Calcola i seguenti limiti utilizzando lo sviluppo in serie di Taylor

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin^2(x) - x^3}{5x \ln(1+x^4)}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{\tan(x)} \right)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sqrt{1-x^4} - \sqrt{1+x^4}]^2}{x^4(\sin(x^4) - \sin^4(x))}$$

Esercizio 5. Tracciare il grafico delle seguenti funzioni specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo, intervalli di crescita/decrecenza. Studiare il comportamento della funzione negli eventuali punti di non derivabilità. Determinare eventuali punti di flesso, e intervalli di concavità/convessità

$$(a) f(x) = \frac{x^2+2|x|+1}{x+1}$$

$$(b) f(x) = (x^2 - 4x) \ln(x) + 4x - \frac{1}{2}x^2$$

$$(c) f(x) = \arctan(x^2 - 1)$$