

# Matematica Generale

## Esercitazione 9

04/12/2023

Docente: Annalisa Fabretti.  
Esercitatore: Simone La Cesa.

Economia e Management

---

**Esercizio 1.** *Date le seguenti matrici:*

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & 10 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -2 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

- Calcola  $A + B$  e  $B - A$
- Spiega perché non è possibile calcolare  $A \cdot B$ ,  $B \cdot A$  e  $A^2$
- Calcola i prodotti  $A \cdot B^T$  e  $B^T \cdot A$ .

**Esercizio 2.** *Stabilisci se i seguenti insiemi di vettori sono linearmente indipendenti, e quindi formano una base di  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$*

- (a)  $\{(1, 4); (-2, 1)\}$
- (b)  $\{(1, 1, 2), (-2, 0, 2), (-1, 1, 0)\}$
- (c)  $\{(1, 1, 3), (2, 2, 0), (3, 3, -3)\}$

**Esercizio 3.** *Determinare per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  i seguenti vettori di  $\mathbb{R}^5$  sono linearmente dipendenti.*

$$v_1 = (0, 1, -1, 0, 1) \quad v_2 = (1, 0, 1, 0, k) \quad v_3 = (-1, 2, -3, 0, 0)$$

*Per tali valori di  $k$ , scrivi il vettore  $v_3$  come combinazione lineare di  $v_1$  e  $v_2$ .*

**Esercizio 4.** Calcola il determinante delle seguenti matrici e determina, se possibile, la matrice inversa.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2k & 3 \\ -2 & k \end{pmatrix} k \in \mathbb{R}$$
$$D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 5.** Risolvi i seguenti sistemi lineari con il metodo di eliminazione di Gauss.

$$(a) \begin{cases} 2x + 4y + 4z = 4 \\ x - z = 1 \\ -x + 3y + 4z = 2 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ x + 2y - z = 3 \\ -3x - 4y + 7z = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 6.** Si consideri il seguente sistema lineare dipendente da un parametro  $k \in \mathbb{R}$ . Per quali valori di  $k$  il sistema risulta determinato/indeterminato/impossibile? Nel caso in cui il sistema ammette una soluzione unica, determinala.

$$\begin{cases} 2x - y = k \\ x - y - z = 0 \\ x - ky + kz = k \end{cases}$$