

# Matematica Generale - Canale II

## Esercitazione I

Docente: Prof. Davide Pirino  
Esercitatore: Elena Dal Torrione

4 ottobre 2023

### Esercizio 1

Determinare il valore di verità di  $P$ ,  $Q$ ,  $P \wedge Q$ ,  $P \vee Q$  per le seguenti proposizioni:

(a)

$P$  : Dublino è la capitale dell'Irlanda.

$Q$  :  $2 > 3$

(b)

$P$  : 3 è un numero pari.

$Q$  :  $4 \in (-\infty, 5) \cup [6, +\infty)$ .

### Esercizio 2

Calcolare la tavola di verità di

$$A \wedge (B \rightarrow \neg A)$$

### Esercizio 3

Riscrivere i seguenti insiemi elencando esplicitamente i loro elementi:

(a)  $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 1\}$

(b)  $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 1\}$

(c)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^3 - x^2 - 6x = 0\}$

(d)  $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^4 - 11x^2 + 18 = 0\}$

**Esercizio 4** Dati i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$ :

$$A := (-\infty, 1) \quad B := (-\infty, 1]$$

$$C := (1, +\infty) \quad D := [1, +\infty)$$

$$E := [0, 3] \quad F := (-6, 6)$$

determinare:

- a)  $A \cup B$ ;   b)  $A \cap B$ ;   c)  $B \cup F$ ;   d)  $B \cup C$ ;  
e)  $B \setminus A$ ;   f)  $\mathbb{R} \setminus A$ ;   g)  $A \cup C$ ;   h)  $D \cap E$ ;

**Esercizio 5** Determinare se le seguenti proposizioni sono vere o false:

- a) Se  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq C$ , allora  $A \subseteq C$ .  
b) Se  $A \subset B$  e  $B \subset A$ , allora  $A = B$ .  
c)  $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup C$ .  
d) Gli insiemi  $\{a, b\}$ ,  $\{b, d\}$  e  $\{c, d\}$  formano una partizione di  $A = \{a, b, c, d\}$ .

**Esercizio 6**

Determinare se i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  sono aperti, chiusi o nè aperti nè chiusi. Per ciascuno descrivere l'insieme dei punti interni, esterni e di frontiera.

$$A := [0, 5]; \quad B := [-3; 3]; \quad C := (3; 3); \\ D := [-1, 2); \quad E := (-\infty, 2]; \quad F := [2, 3] \cup [6, 10]$$

**Esercizio 7**

Determinare se i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  sono aperti, chiusi o nè aperti nè chiusi. Per ciascuno descrivere l'insieme dei punti interni, esterni e di frontiera.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \log x \leq 1\}; \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{\frac{x^2}{(x-1)^2}} \geq 0 \right\}$$

**Esercizio 8** Per ciascuno dei seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}$  descrivere i maggioranti, i minoranti, l'estremo superiore e inferiore, e se esistono, il massimo e il minimo:

$$A := \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}; \quad B := \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 2\}; \quad C := \{x \in \mathbb{R} : x > 0\};$$

$$D := \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}; \quad E := \{\frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}\}; \quad F := \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\}$$