

Matematica Generale - Canale II

Esercitazione I

Docente: Prof. Davide Pirino

Esercitatore: Elena Dal Torrione

4 ottobre 2023

Esercizio 1

Determinare il valore di verità di P , Q , $P \wedge Q$, $P \vee Q$ per le seguenti proposizioni:

(a)

P : Dublino è la capitale dell'Irlanda.

Q : $2 > 3$

(b)

P : 3 è un numero pari.

Q : $4 \in (-\infty, 5) \cup [6, +\infty)$.

Esercizio 2

Calcolare la tavola di verità di

$$A \wedge (B \rightarrow \neg A)$$

Esercizio 3

Riscrivere i seguenti insiemi elencando esplicitamente i loro elementi:

(a) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 1\}$

(b) $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 1\}$

(c) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^3 - x^2 - 6x = 0\}$

(d) $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^4 - 11x^2 + 18 = 0\}$

Esercizio 4 Dati i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} :

$$A := (-\infty, 1) \quad B := (-\infty, 1]$$

$$C := (1, +\infty) \quad D := [1, +\infty)$$

$$E := [0, 3] \quad F := (-6, 6)$$

determinare:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } A \cup B; & \text{b) } A \cap B; & \text{c) } B \cup F; & \text{d) } B \cup C; \\ \text{e) } B \setminus A; & \text{f) } \mathbb{R} \setminus A; & \text{g) } A \cup C; & \text{h) } D \cap E; \end{array}$$

Esercizio 5 Determinare se le seguenti proposizioni sono vere o false:

a) Se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$, allora $A \subseteq C$.

b) Se $A \subset B$ e $B \subset A$, allora $A = B$.

c) $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup C$.

d) Gli insiemi $\{a, b\}$, $\{b, d\}$ e $\{c, d\}$ formano una partizione di $A = \{a, b, c, d\}$.

Esercizio 6

Determinare se i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} sono aperti, chiusi o nè aperti nè chiusi. Per ciascuno descrivere l'insieme dei punti interni, esterni e di frontiera.

$$A := [0, 5]; \quad B := [-3; 3]; \quad C := (3; 3);$$

$$D := [-1, 2); \quad E := (-\infty, 2]; \quad F := [2, 3] \cup [6, 10]$$

Esercizio 7

Determinare se i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} sono aperti, chiusi o nè aperti nè chiusi. Per ciascuno descrivere l'insieme dei punti interni, esterni e di frontiera.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \log x \leq 1\}; \quad B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{\frac{x^2}{(x-1)^2}} \geq 0\right\}$$

Esercizio 8 Per ciascuno dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} descrivere i maggioranti, i minoranti, l'estremo superiore e inferiore, e se esistono, il massimo e il minimo:

$$A := \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 2\}; \quad B := \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 2\}; \quad C := \{x \in \mathbb{R} : x > 0\};$$

$$D := \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}; \quad E := \{\frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}\}; \quad F := \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\}$$