

Matematica Generale - Canale II

Esercitazione IV

Docente: Prof. Davide Pirino

Esercitatore: Elena Dal Torrione

24 ottobre 2023

Esercizio 1

Risolvere i seguenti limiti.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\ln(1+x^2)}$ b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2}{3-3x^2} \cdot (\sqrt{2-x} - 1)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x)$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 6}{2 - x^2}$ f) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{\tan(x)}}$

Esercizio 2

Descrivere il dominio e determinare, se esistono, gli asintoti verticali e orizzontali delle seguenti funzioni.

a) $f(x) = 5x^9 + 3x^7 - x^3 + 2$ b) $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 4x + 3}$ d) $f(x) = \frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^3 - 4x}$

e) $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{x-1}\right)$ f) $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$

Esercizio 3

Stabilire se le seguenti funzioni sono continue nel loro dominio.

$$\text{a) } f(x) = x^2 - e^{x \cos(x)}$$

$$\text{b) } f(x) = |x - 4|$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{if } x \leq 0 \\ 3 - x & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^4 + x^2}}{x} & \text{if } x \neq 0 \\ 1 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(x) \cos(\frac{1}{x})}{e^x - 1} & \text{if } x < 0 \\ \ln(1 + x) & \text{if } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{f) } f(x) = \begin{cases} |1 - x| & \text{if } |x| \geq 2 \\ \ln(2 - |x|) & \text{if } |x| < 2 \end{cases}$$

Esercizio 4

Determinare per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ le seguenti funzioni sono continue in \mathbb{R} .

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x - \alpha & \text{if } x \leq 2 \\ x^2 + x + 1 & \text{if } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x + \alpha & \text{if } x \leq 0 \\ x^2 - \alpha x + 1 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} e^x + \alpha & \text{if } x \leq 0 \\ x^2 + 2x + 3 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} x - \alpha & \text{if } x \leq 0 \\ |\beta - x^2| & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} \alpha \cdot \frac{\sin(x)}{x} & \text{if } x > 0 \\ 2x^2 + 3 & \text{if } x \leq 0 \end{cases}$$