Formulario di Matematica Generale

Docenti A. Fabretti, D. Pirino

AA 2023/24

Regole di Derivazione:

$$
\begin{aligned}
&(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)\\
&(cf(x))' = cf'(x) \quad \text{(dove } c \text{ una costante)}\\
&(f(x)g(x))' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)\\
&\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2} \quad \text{(se } g(x)\neq 0\text{)}\\
&(f(g(x)))' = (f'(g(x)))\cdot g'(x)\\
&(f^{-1}(y))' = \frac{1}{f'(x)} \quad \text{ con } x = f^{-1}(y)
\end{aligned}
$$

Derivate Elementari:

$$
\begin{aligned}
&(c)' = 0 \quad \text{(dove } c \text{ una costante)}\\
&(x^n)' = nx^{n-1}\\
&(\sin x)' = \cos x\\
&(\cos x)' = -\sin x\\
&(\text{arcsin}(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\\
&(\text{arccos}(x))' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\\
&(\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}\\
&(\text{arccot}(x))' = -\frac{1}{1+x^2}\\
&(\log_a x)' = \frac{1}{x}\log_a e \quad a>0\\
&(a^x)' = a^x\ln(a) \quad a>0
\end{aligned}
$$

Regole di Integrazione:

$$
\begin{aligned}
&\int f(x)\,dx = F(x)+C \quad \text{(dove } F'(x)=f(x)\text{)}\\
&\int cf(x)\,dx = c\int f(x)\,dx \quad \text{(dove } c \text{ una costante)}\\
&\int (f(x)+g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx\\
&\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx\\
&\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt
\end{aligned}
$$

Integrali immediati:

$$\int k\,dx = kx + C, \quad \text{(dove k una costante)}$$
$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad (\text{per } n \neq -1)$$
$$\int e^x\,dx = e^x + C$$
$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$
$$\int \sin(x)\,dx = -\cos(x) + C$$
$$\int \cos(x)\,dx = \sin(x) + C$$

Limiti Notevoli

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$
$$\lim_{x\to\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$$

Sviluppo di Taylor

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

Forme Indeterminate:

$$0\cdot\infty \qquad \frac{0}{0} \qquad \frac{\infty}{\infty}$$
$$1^\infty \qquad \infty - \infty \qquad 0^0 \qquad \infty^0$$

Retta Tangente

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

Calcolo del determinante con sviluppo di Laplace:

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} \cdot M_{ij}$$

dove M_{ij} il complemento algebrico dell'elemento a_{ij} nella matrice A.