

## MODELLO DI CRESCITA DI SOLOW – ANALISI DI LUNGO PERIODO

La *Produzione Aggregata* dipende:

Breve periodo: dalla domanda (capitale, lavoro, tecnologia sono dati)

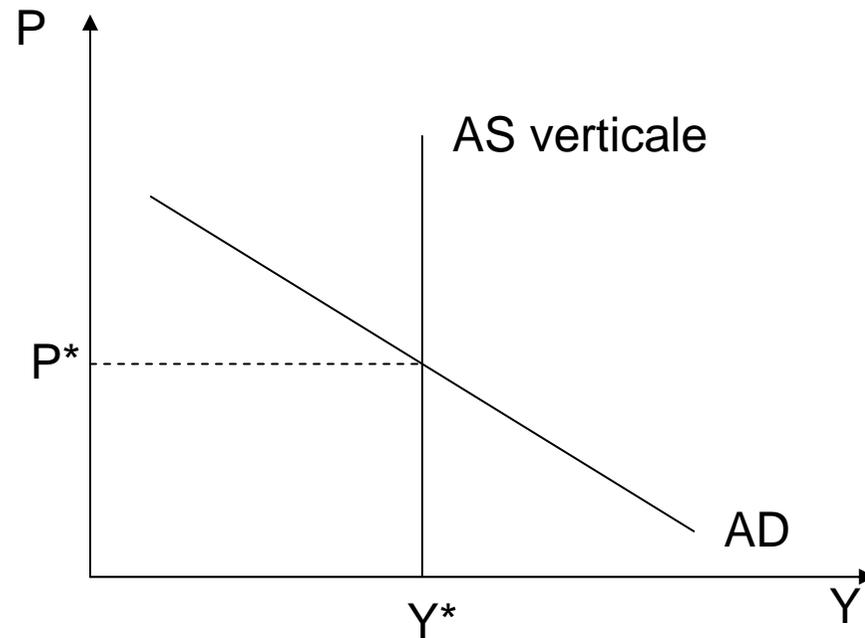
Lungo periodo: da capitale, lavoro, tecnologia

Nel Lungo Periodo l'analisi si concentra non sulle fluttuazioni ma sulla **CRESCITA** che consiste **nell'aumento della produzione aggregata nel tempo.**

Il *modello di crescita di Solow* descrive come l'accumulazione di capitale, la crescita demografica e il progresso tecnologico influenzano il livello del prodotto aggregato di un'economia e la sua crescita nel tempo.

## IL PASSAGGIO DALL'ANALISI DI BREVE A QUELLA DI LUNGO PERIODO

FIG.1



Com'è possibile conciliare questo approccio con la teoria della crescita?

... MANCA UN PEZZO DI INFORMAZIONE!! (IL TEMPO)

-NOI SAPPIAMO CHE LA **CRESCITA ECONOMICA** E' UN FENOMENO DI LUNGO PERIODO

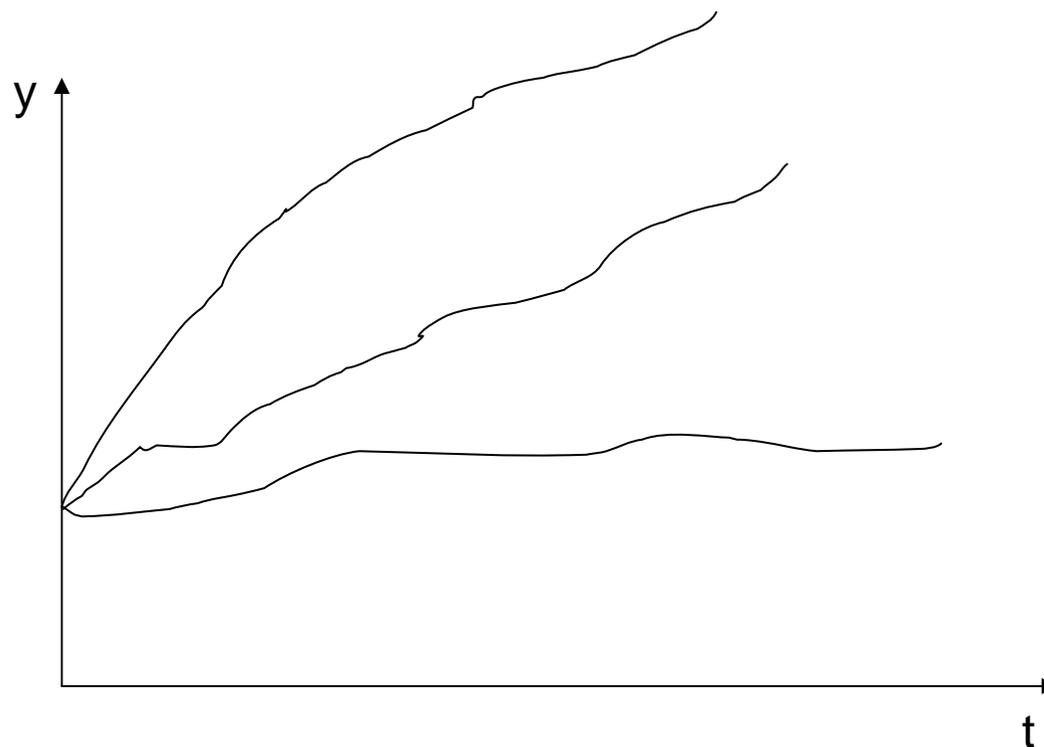
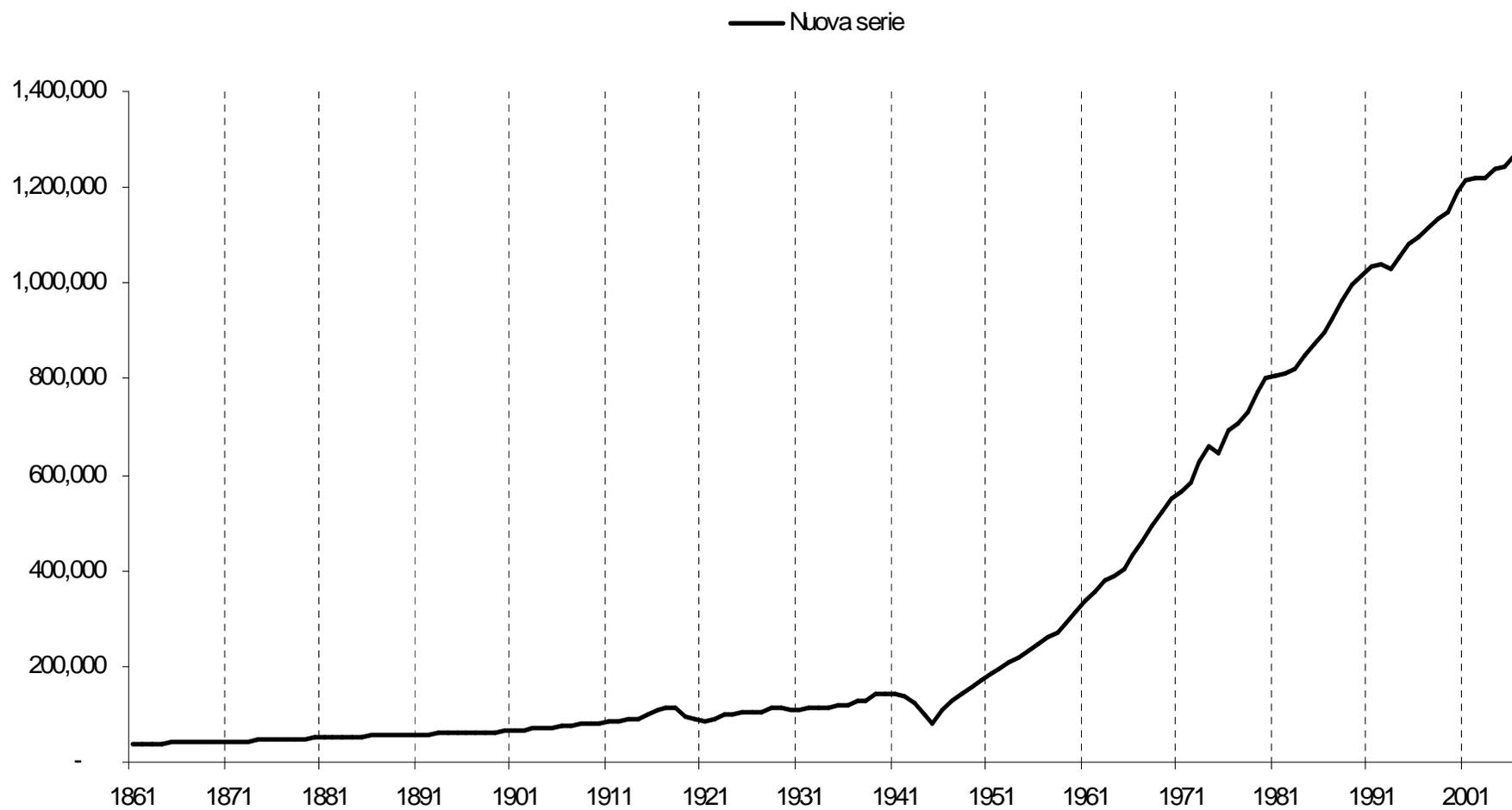


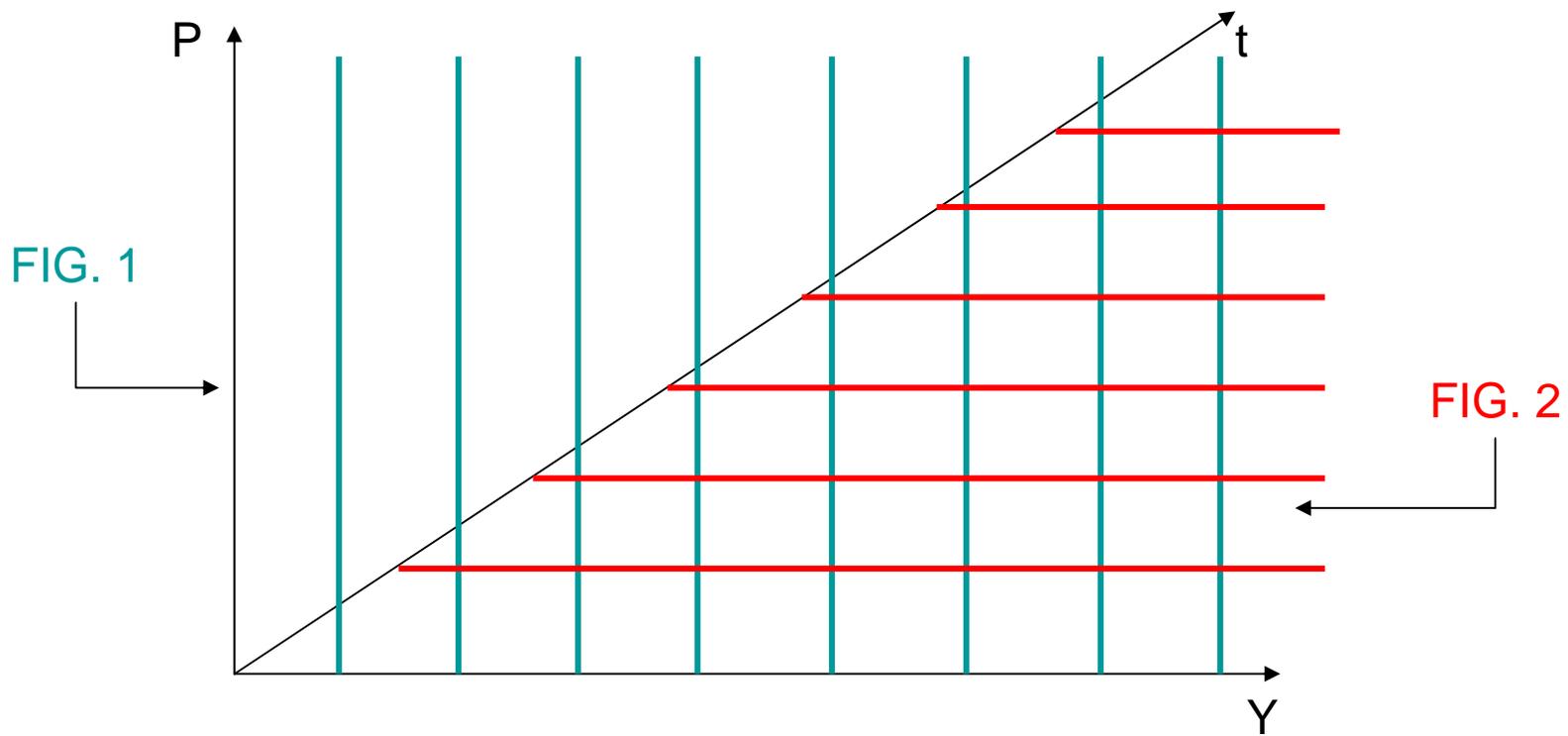
FIG. 2

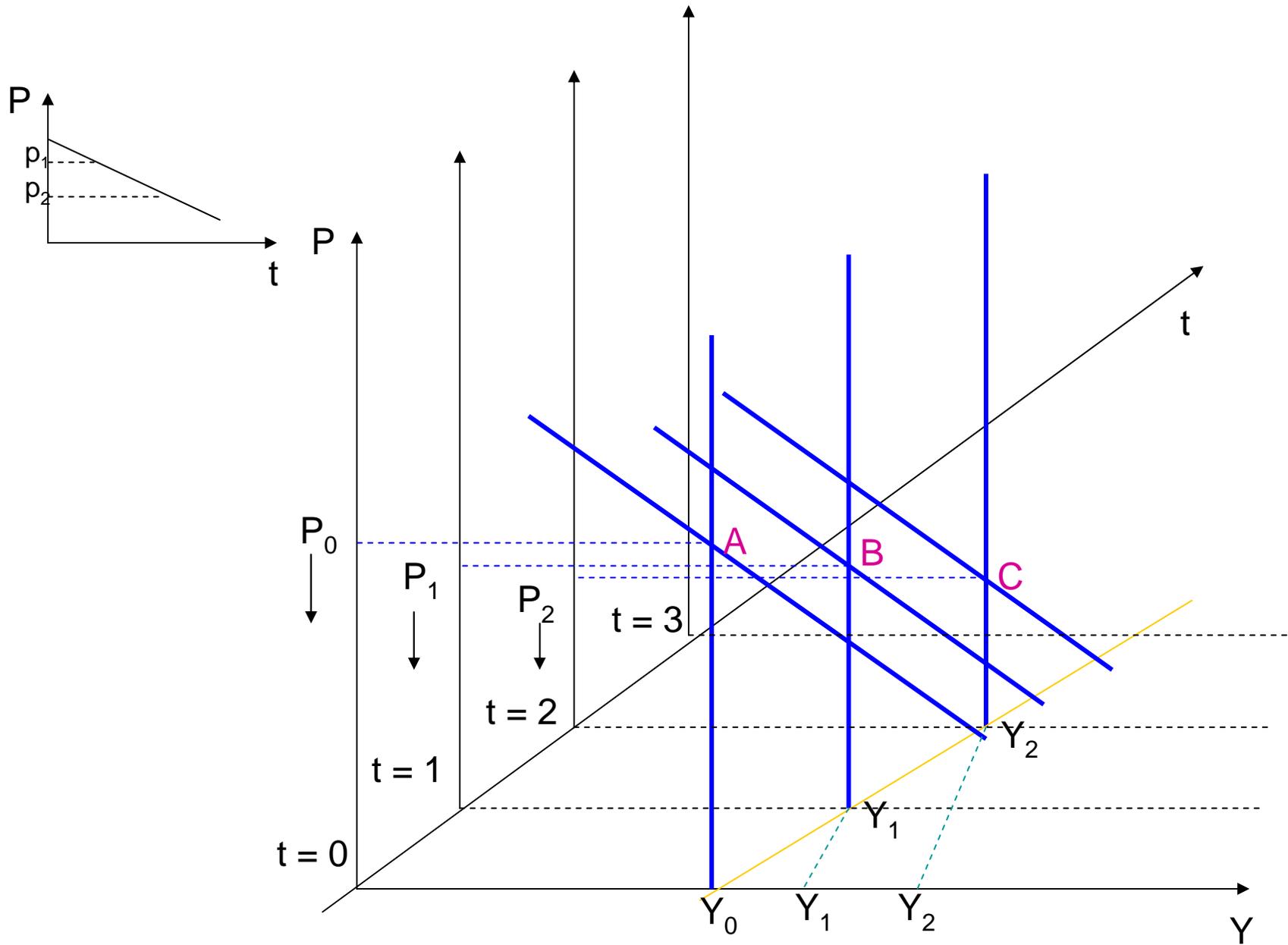
**Prodotto interno lordo ai prezzi di mercato - prezzi costanti (anno 2000)**  
(milioni di euro)



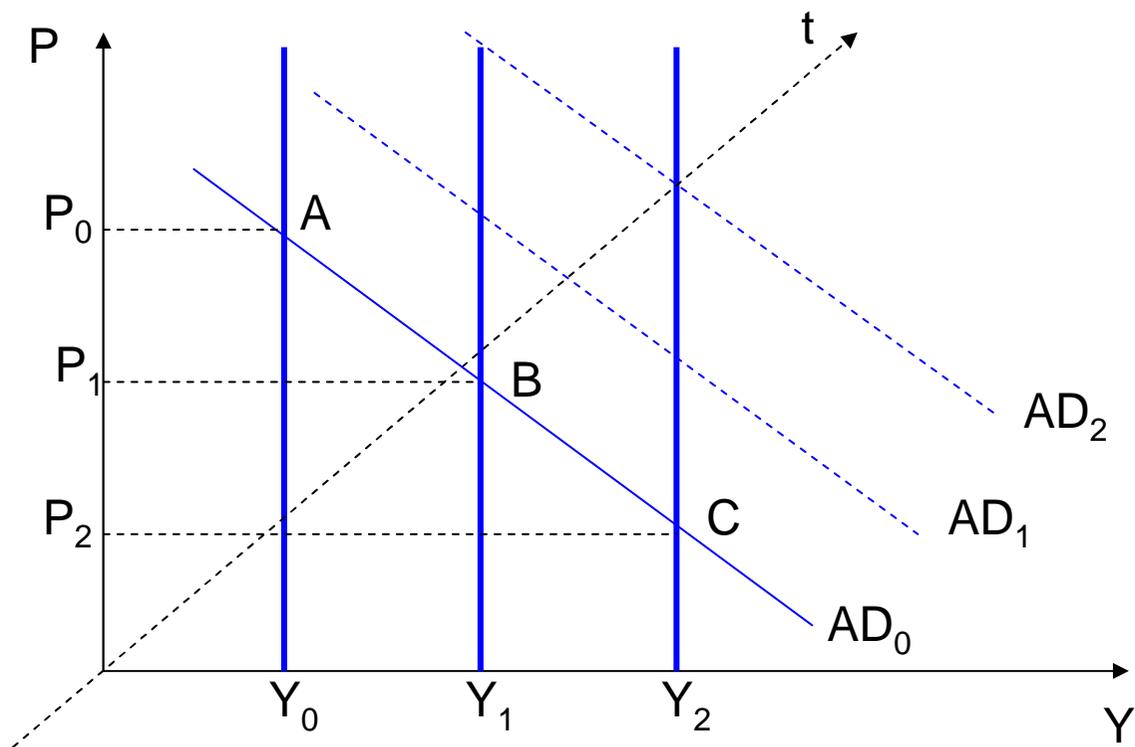
Fonte: Brunetti e Vecchi, 2008

SE COMBINIAMO INSIEME I DUE GRAFICI POSSIAMO CAPIRE MEGLIO  
IN CHE MODO BREVE E LUNGO PERIODO POSSONO ESSERE CONCILIATI





SE RIVEDIAMO LO STESSO GRAFICO SENZA L'ASSE TEMPORALE AVREMO



# MODELLO DI CRESCITA DI SOLOW

Condizioni generali :

- A) Rendimenti di scala costanti
- B) Economia chiusa
- C) Assenza di governo

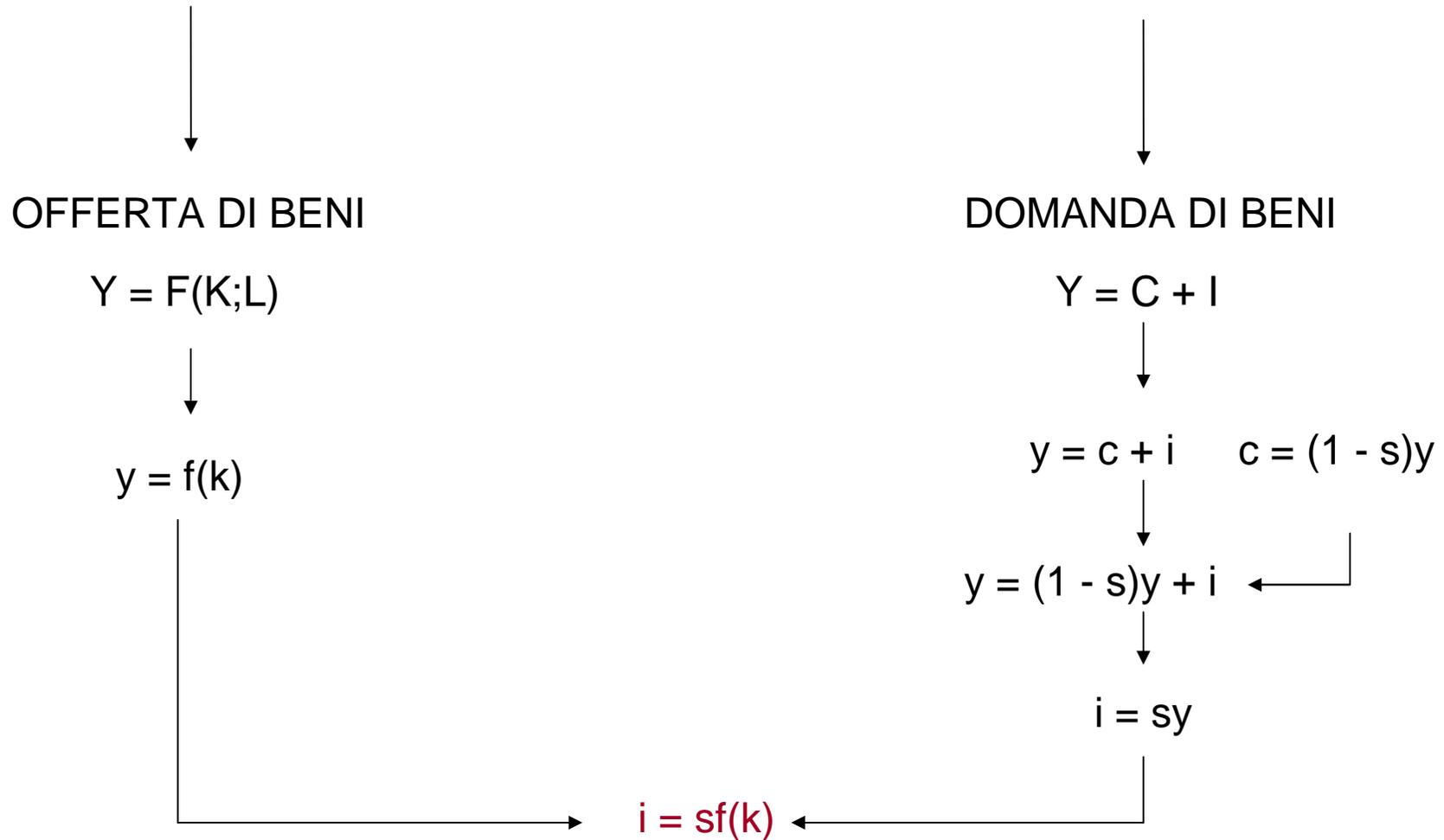
Procederemo all'analisi del modello di Solow in tre ipotesi diverse in cui abbiamo la seguente funzione di produzione  $Y = AF(K,L)$  ma considereremo che:

1Hp)  $Y = AF(K,L)$  Il progresso tecnologico e la crescita demografica sono dati.  
Varia solo il capitale.

2Hp)  $Y = AF(K,L)$  Il progresso tecnologico è dato.  
Variano il capitale e la crescita demografica.

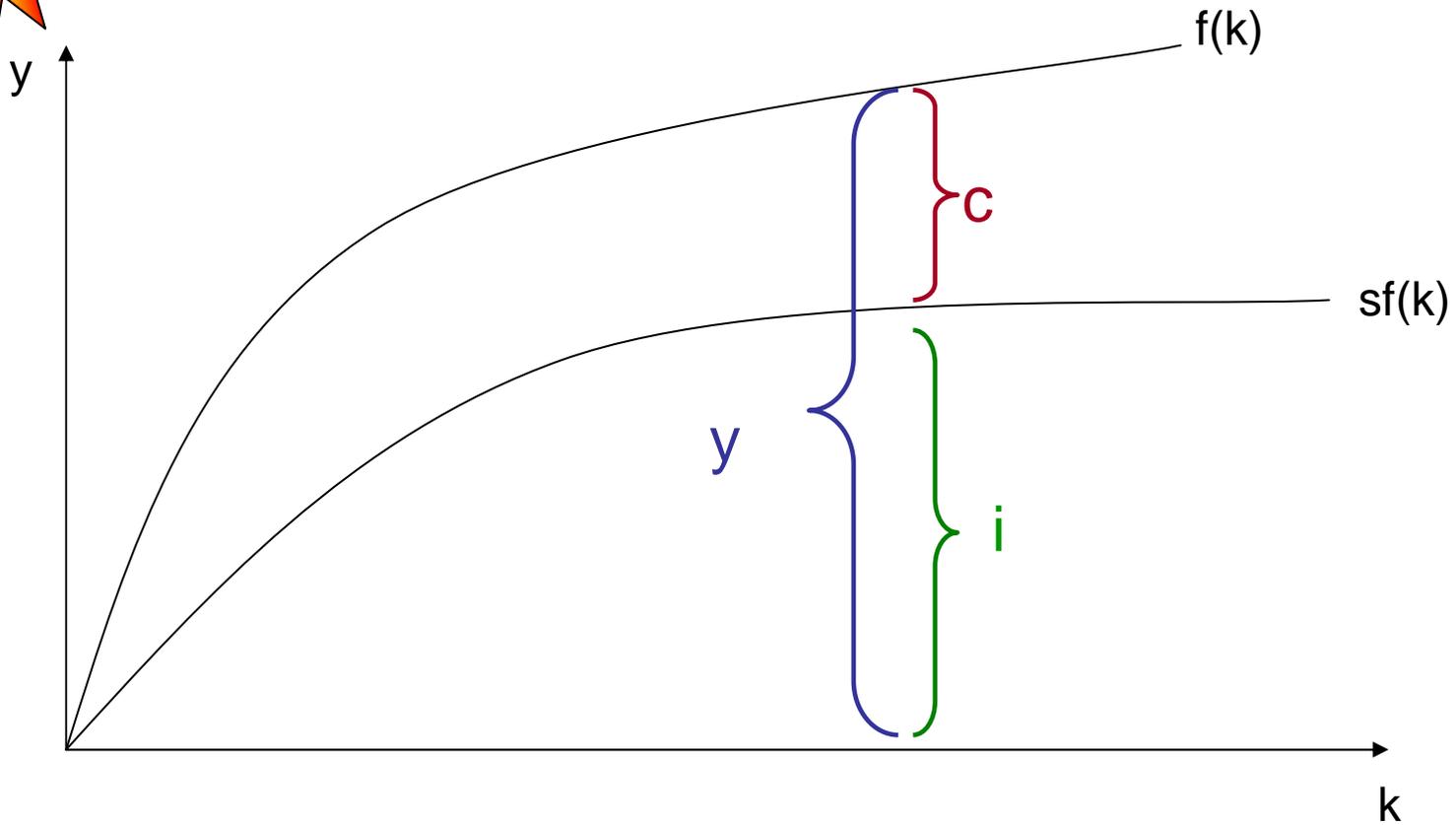
3Hp)  $Y = AF(K,L)$  Variano tutti e tre i fattori.

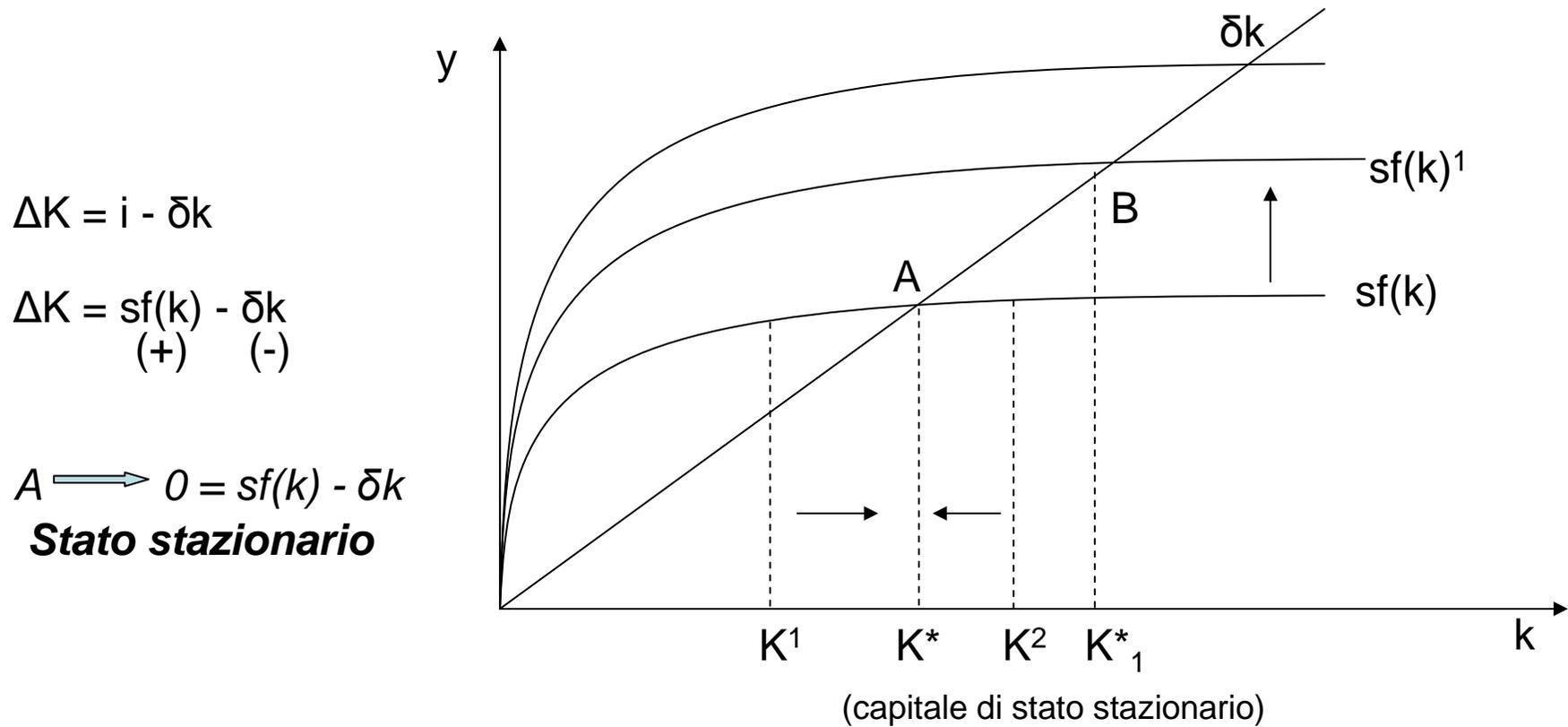
# Hp1) Accumulazione di capitale $Y = AF(K,L)$ (sono dati il progresso e la crescita demografica)





“s” determina l’allocazione del prodotto aggregato tra consumo e investimenti





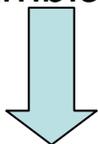
$\left\{ \begin{array}{l} K^1 \Rightarrow sf(k) > \delta k \Rightarrow \Delta K \text{ aumenta} \\ K^2 \Rightarrow sf(k) < \delta k \Rightarrow \Delta K \text{ diminuisce} \end{array} \right. \longrightarrow \text{Si torna all'equilibrio} \longrightarrow K^*$

Come  $s$  influenza  $\Delta K$  : se  $s \uparrow \Rightarrow sf(k) \uparrow \Rightarrow K^*_{1} > K^* \Rightarrow Y \uparrow$  *ma  $\Delta Y$  costante!*

Una volta raggiunto il nuovo livello di stato stazionario  $K^*$  la crescita rimane costante; un aumento di  $s$  non implica perciò un aumento perpetuo della crescita.

## Hp2) La Crescita della Popolazione $Y = AF(K,L)$

- Fino a questo momento abbiamo considerato la popolazione fissa.
- Immaginiamo ora invece che la popolazione (e l'occupazione) cresca ad un certo tasso (per es. 2% l'anno)
- Come cambia la situazione



- La crescita della popolazione RIDUCE la quantità di capitale per lavoratore.
- Se la popolazione e la forza lavoro totale crescono al tasso esogeno e costante,

n (var. % di L)

Per mantenere costante il capitale per lavoratore, ***k deve crescere***

e quindi deve ***umentare l'investimento.***

Se  $nk$  è il capitale pro capite per i nuovi lavoratori e ricordando che  $\delta k$  è l'ammortamento

Il livello di *investimento* necessario per mantenere  $k$  costante sarà dato da

$$\delta k + nk \text{ cioè } (\delta + n)k$$

## Lo stato stazionario con popolazione in crescita

La funzione di accumulazione del capitale diventa ora

$$\Delta k = sf(k) - (\delta + n)k$$

Lo stato stazionario è sempre definito dal fatto che il capitale pro capite non cambia

$$\Delta k = 0$$

In equilibrio l' investimento deve essere pari alla riduzione del capitale pro capite:

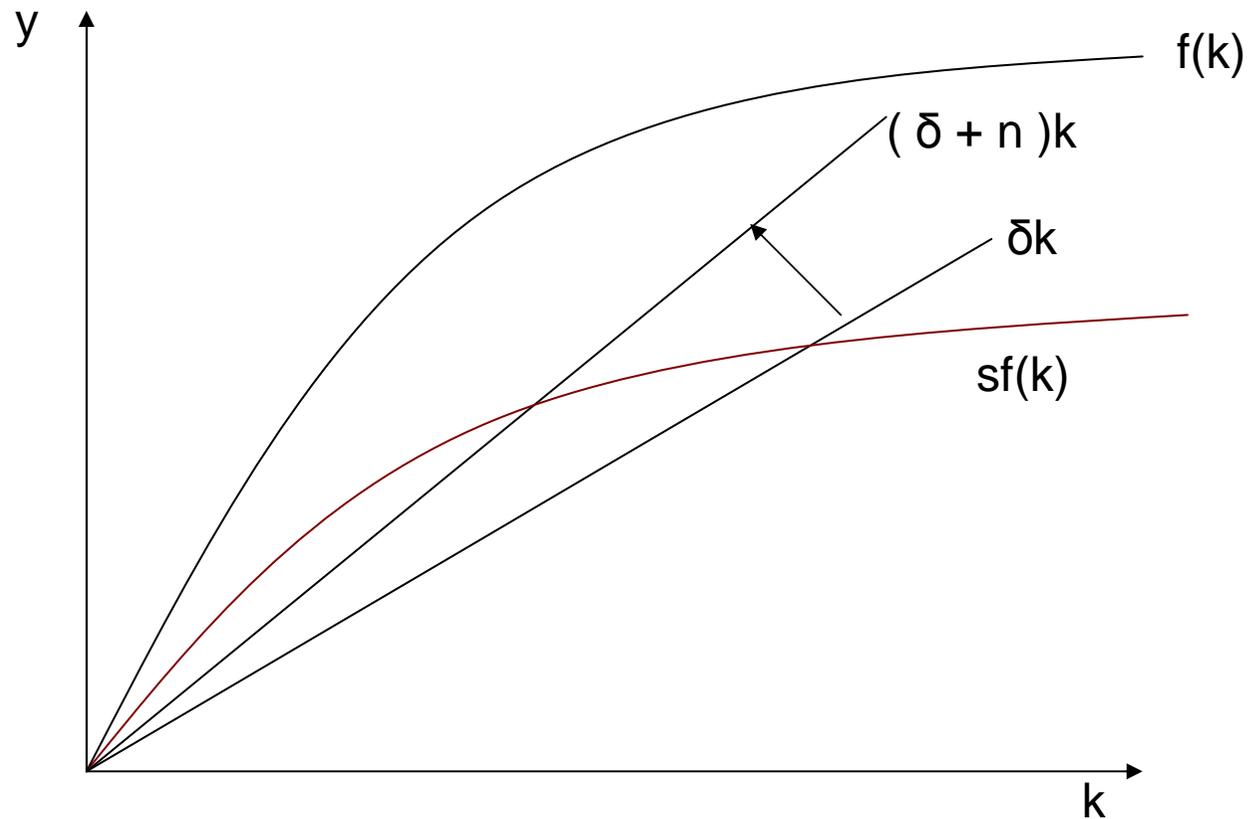
$$sf(k) = (\delta + n)k$$



**Gli investimenti svolgono due funzioni: la prima è quella di sostituire il capitale svalutato  $\delta k^*$ ; la seconda è quella di provvedere i nuovi lavoratori di una dotazione di capitale adeguata  $nk^*$**

Rispetto alla situazione precedente, l'unica differenza è che in equilibrio la pendenza della retta di ammortamento dipende anche dalla crescita della popolazione.

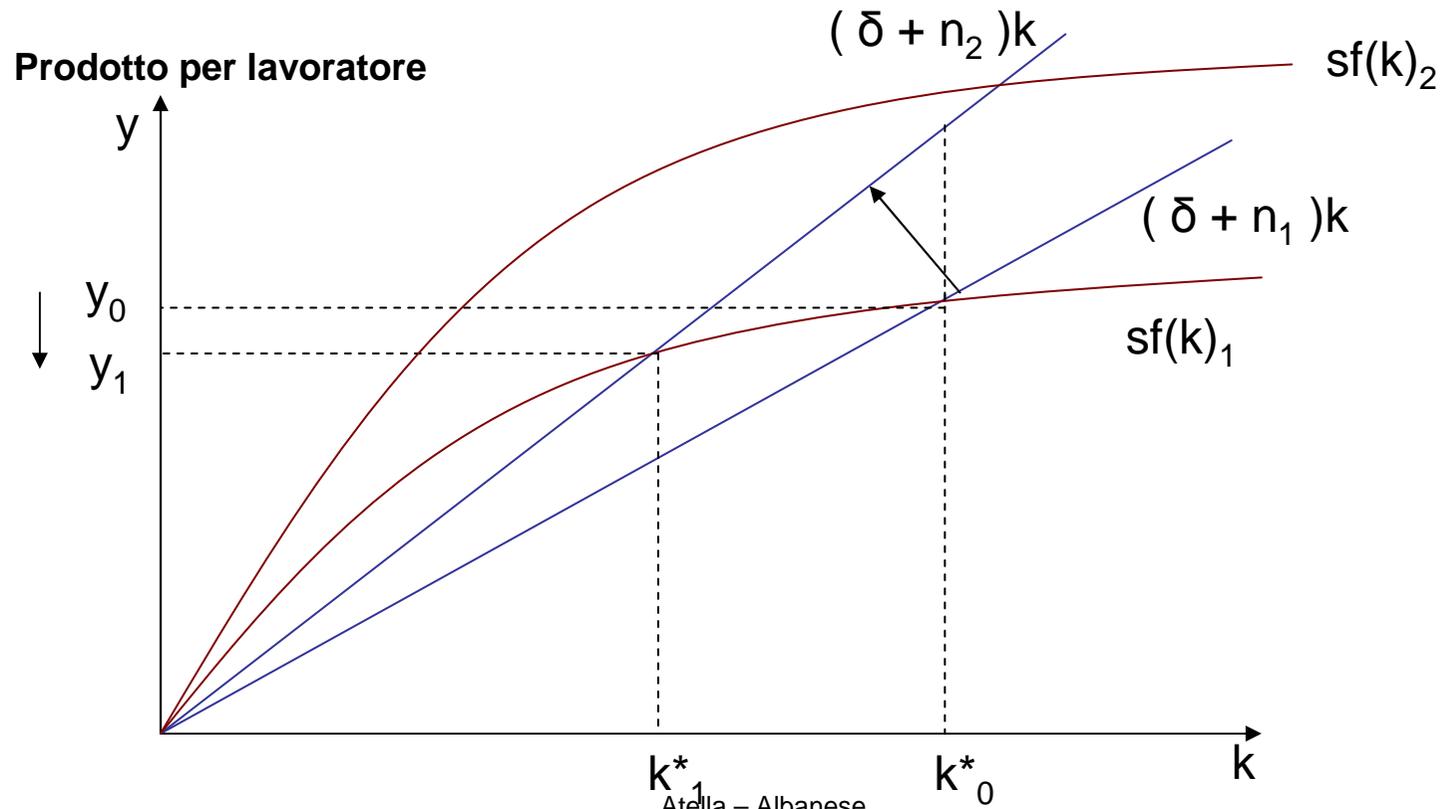
Prodotto per lavoratore



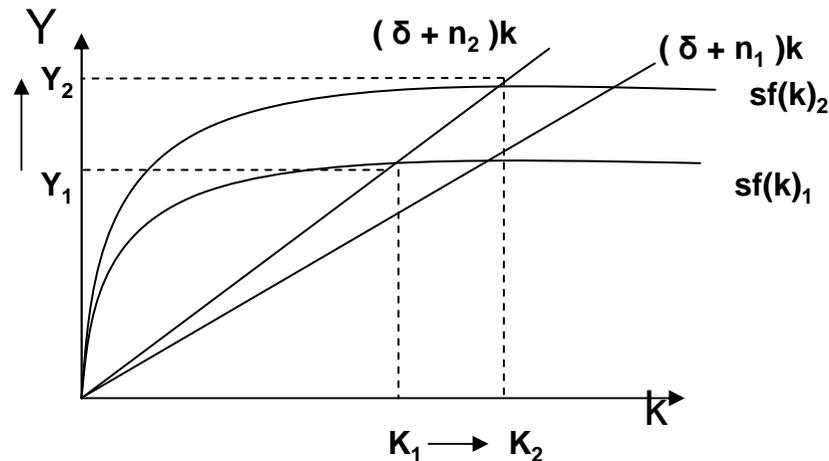
# L'aumento del tasso di crescita della popolazione

Se la popolazione cresce, il livello di investimento necessario per mantenere  $k$  invariato cresce e la produzione pro capite di equilibrio è inferiore.

Il modello di Solow prevede dunque che i paesi con un tasso di crescita della popolazione più elevato hanno livelli di PIL pro capite più bassi. Questo spiegherebbe perché alcuni paesi sono ricchi e altri poveri.



In stato stazionario con popolazione in crescita però,  
K e Y crescono (al tasso n)



Conclusioni:

Il risparmio e la crescita della popolazione determinano lo stock di capitale di stato stazionario dell'economia, e quindi il livello di reddito pro capite di stato stazionario. Ciò che il modello non riesce a spiegare è la crescita prolungata che osserviamo in molti paesi. Nel modello fin'ora studiato una volta che l'economia raggiunge lo stato stazionario la produzione per lavoratore cessa di crescere. Per spiegare il perdurare della crescita occorre introdurre nel modello il

## PROGRESSO TECNOLOGICO

# LA REGOLA AUREA

Fin'ora abbiamo utilizzato il modello di Solow per analizzare come il tasso di risparmio e gli investimenti di un'economia determinino lo stock di capitale di stato stazionario e il reddito. Ora utilizzeremo tale modello per stabilire quale sia la quantità ottimale di accumulazione di capitale, dal punto di vista del benessere economico.

Hp1) La regola in assenza di crescita della popolazione

Il tasso di risparmio di **golden rule**, è individuato dal punto in cui la funzione di produzione ha la medesima inclinazione di quella del saggio di deprezzamento.

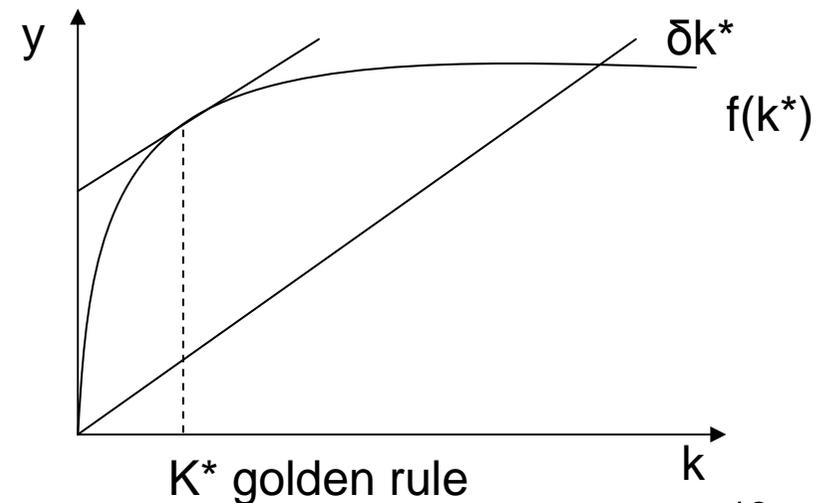
Il tasso di risparmio di golden rule è quel tasso che massimizza il consumo.

$$C^* = f(k^*) - \delta k^*$$

$$\frac{\Delta C}{\Delta k} = f'(k^*) - \delta$$

$$f'(k^*) - \delta = 0$$

$$\text{PMK} = \delta$$



# LA REGOLA AUREA

Hp2) La regola in presenza di crescita della popolazione

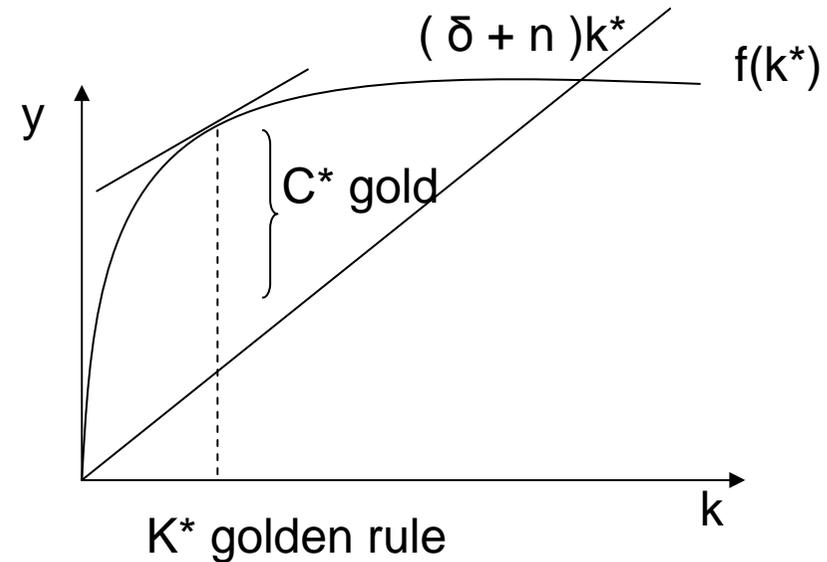
Il tasso di risparmio di golden rule è individuato dal punto in cui la funzione di produzione ha la medesima inclinazione di quella del saggio di deprezzamento più il saggio di crescita della popolazione.

$$C^* = f(k^*) - (\delta + n)k^*$$

$$\frac{\Delta C^*}{\Delta k^*} = f'(k^*) - (\delta + n)$$

$$f'(k^*) = \delta + n$$

$$\text{PMK} = \delta + n$$



## Hp3) IL PROGRESSO TECNOLOGICO ESOGENO $Y = AF(K,L)$

- Un modo di introdurre il progresso tecnico è di considerare il lavoro in **unità di efficienza**
- Denominando **E** l'efficienza del lavoro possiamo definire allora l'input di lavoro come  **$L \cdot E$**
- e costruire una nuova funzione di produzione in termini di **unità di efficienza**:

la funzione di produzione del modello di Solow

$$F(K,L)$$

può essere generalizzata per tenere conto della variazione dell'efficienza produttiva:

$$F(K, L \times E)$$

  
lavoratori effettivi

**E** = efficienza del lavoro  $\implies$  **Cresce con il miglioramento della tecnologia disponibile**

## LO STATO STAZIONARIO CON CRESCITA DELLA POPOLAZIONE E PROGRESSO TECNICO

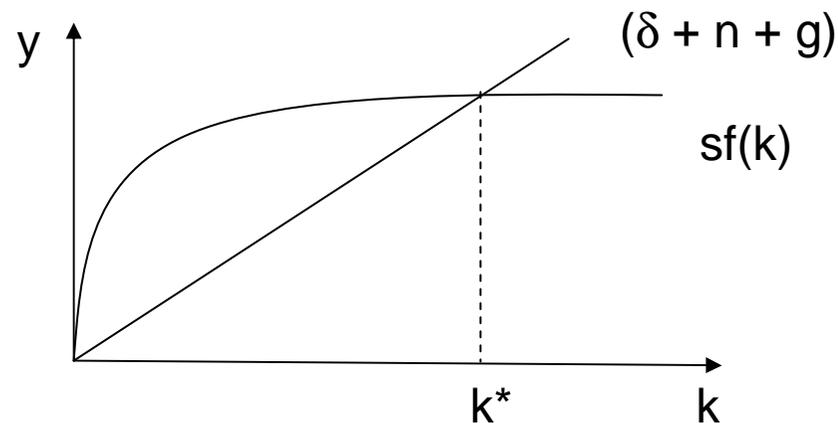
- Come nel modello base, in stato stazionario il capitale per unità di lavoro effettivo non varia:

$$\Delta k = sf(k) - (\delta + n + g)k = 0$$

$$sf(k) = (\delta + n + g)k$$



in stato stazionario gli *investimenti*  $sf(k)$  sono uguali alla somma di *ammortamento*, *crescita della popolazione* e *progresso tecnologico*



- In questo caso quello che smette di crescere è il capitale per **unità di lavoro effettivo**

## STATO STAZIONARIO – CRESCITA BILANCIATA

### *In stato stazionario*

- Capitale per lavoratore effettivo non varia
- Prodotto per lavoratore effettivo non varia

### *Ma*

- Prodotto per lavoratore  $y^*$  cresce al tasso  $g$
- Prodotto aggregato  $Y^*$  cresce al tasso  $g + n$

### Crescita bilanciata

## PROGRESSO TECNOLOGICO

Il progresso tecnico:

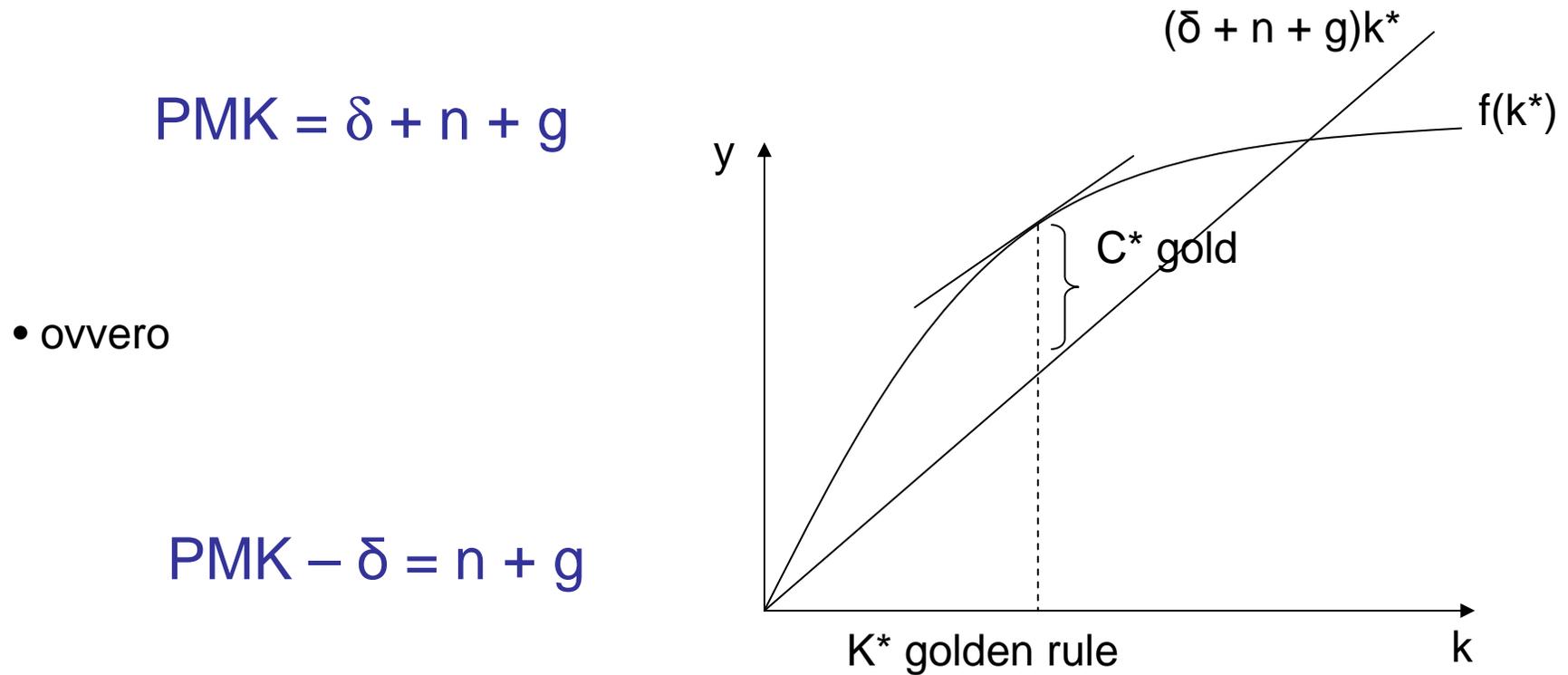
- 1) fa aumentare la produttività di uno o più fattori
- 2) e permette di:

Ottenere una crescita del reddito-pro capite sostenuta nel tempo:  
il livello di reddito-pro capite di stato stazionario si modifica



**crescita uniforme** = secondo il modello di Solow il progresso tecnologico può spiegare una crescita persistente del tenore di vita

## LA REGOLA AUREA CON PROGRESSO TECNICO E CRESCITA DELLA POPOLAZIONE



## I RISULTATI IN SINTESI

In stato stazionario o crescita bilanciata

- Nel modello di base

$$\Delta y^* = 0 \quad \Delta Y^* = 0$$

- Con crescita della popolazione

$$\Delta y^* = 0 \quad \Delta Y^* = 0$$

- Con crescita della pop. e progresso tecnico

$$\Delta y^* = 0 \quad \Delta Y^* = n + g$$

$\Delta y$  = livello PRO CAPITE del PIL  
 $\Delta Y$  = livello assoluto del PIL

Con queste due variabili in più  
possiamo studiare il PIL in crescita

## LE CONCLUSIONI PRINCIPALI DEL MODELLO DI SOLOW

- Solo il tasso di crescita della tecnologia (o dell'efficienza per lavoratore) può influenzare il tasso di crescita dell'economia (e il parametro che controlla i rendimenti decrescenti del capitale)
- Tutti gli altri parametri non hanno effetto sul tasso di crescita di stato stazionario:
  - In particolare il **saggio di risparmio non influenza la crescita di stato stazionario**
  - Un **elevato saggio di risparmio sollecita un più elevato saggio di crescita nella fase di transizione** allo stato stazionario determinando una **maggiore accumulazione di capitale.**

Ma se **s** aumenta il consumo diminuisce e l'economia non cresce.

## LA CONTABILITA' DELLA CRESCITA

- $Y = F(K,L)$   $\longrightarrow$  (forma implicita)

- Con questa equazione

$Y = A L^\alpha K^{1-\alpha}$  Cobb Douglas  $\longrightarrow$  (forma esplicita)

capiamo come varia Y al variare di K, di L e di A

Legenda:

$\alpha$  = indica la composizione di capitale e lavoro nella funzione di produzione

A = indica il progresso tecnologico; è un valore moltiplicativo che nel tempo può cambiare

## LA CONTABILITA' DELLA CRESCITA

Peso del capitale nell'economia

Tasso di crescita del progresso tecnologico

$$\Delta Y/Y = \alpha \Delta K/K + (1-\alpha) \Delta L/L + \Delta A/A$$

Peso del lavoro nell'economia

Progresso tecnico residuo di Solow

The diagram illustrates the decomposition of the growth rate of output ( $\Delta Y/Y$ ) into three components: capital growth ( $\alpha \Delta K/K$ ), labor growth ( $(1-\alpha) \Delta L/L$ ), and technological progress ( $\Delta A/A$ ). The term  $\Delta A/A$  is circled in blue, and a blue arrow points from it to the text 'Progresso tecnico residuo di Solow'.

## LA CONTABILITA' DELLA CRESCITA

Dal momento che  $\Delta A/A$  è incognita allora trasformo il progresso tecnologico in variabile indipendente.

$$\Delta A/A = \Delta Y/Y - \alpha \Delta K/K - (1-\alpha) \Delta L/L$$



- Secondo il modello di Solow il progresso tecnologico induce un aumento simultaneo del valore di tre variabili nello stato stazionario. (crescita bilanciata)
- La crescita dell'output sarà maggiore della crescita del capitale e della crescita del lavoro.

## I RISULTATI DI SOLOW

Nell'articolo "Technical Change and the Aggregate Production Function, RES, 1957, Solow prende in esame i dati relativi agli USA per il periodo 1909-1949 e attribuisce la crescita media della produzione pari al 2,9% in questa misura ai diversi fattori:

0,32% contributo del capitale

1,09% contributo del lavoro

1,81% contributo del progresso tecnologico

Molti studi empirici hanno cercato di stabilire la misura in cui il modello di Solow può contribuire a spiegare la crescita economica di lungo periodo, rivelando che può spiegare molti fenomeni che si riscontrano nell'analisi dei dati empirici, come **la crescita bilanciata e la convergenza**.

**Crescita bilanciata** = Secondo il modello di Solow il progresso tecnologico induce un aumento simultaneo del valore di tre variabili (Y, K, L) nello stato stazionario.

**Convergenza** = le economie che partono più svantaggiate tendono a crescere più rapidamente di quelle privilegiate e, perciò, a raggiungerle naturalmente. In realtà le economie mondiali mostrano una tendenza alla **convergenza condizionale**: sembrano convergere verso il proprio stato stazionario che a sua volta è determinato dal risparmio, dalla crescita della popolazione e dal livello di istruzione.

## LA CRESCITA ENDOGENA

- Nel modello di Solow, la crescita di stato stazionario (bilanciata) dipende dal progresso tecnologico e quindi dal miglioramento dell'efficienza produttiva. Ma il progresso tecnologico è una variabile **esogena**.
- I MODELLI DI CRESCITA ENDOGENA si propongono di spiegare il tasso di crescita del reddito e del tenore di vita come una variabile endogena, spiegata dal modello.

L'analisi si fonda essenzialmente su due elementi:

- a) abbandonare l'ipotesi di produttività marginale del capitale **decescente** e assumere una funzione di produzione di questo tipo  $Y = AK$ .  
E' possibile avere rendimenti costanti del capitale se interpretiamo K come non solo capitale fisico ma anche come **conoscenza**.

## LA CRESCITA ENDOGENA

- b) Dare un fondamento microeconomico alle scelte relative al miglioramento dell'efficienza del lavoro e del progresso tecnico.

Un ruolo fondamentale nell'analisi è svolto da:

- l'accumulazione di capitale umano che espande la capacità di produrre beni e servizi. Le ricerche più recenti sulla crescita economica hanno evidenziato che il capitale umano è importante tanto quello fisico per spiegare le differenze di tenore di vita da un paese all'altro.
- la produzione di conoscenza e innovazione.

## POLITICA ECONOMICA E CRESCITA

Secondo il modello di Solow l'entità del risparmio e degli investimenti di un paese è una delle determinanti fondamentali del tenore di vita dei suoi cittadini.

Come allocare gli investimenti :

- capitale umano
- capitale fisico
- capitale pubblico
- esternalità positive

## POLITICA ECONOMICA E CRESCITA

Lo stato può intervenire attraverso due modalità:

- POLITICHE FISCALI  TIPOLOGIA DI SPESA
  - Ricerca
  - Capitale umano
  - Istituzioni
  
- POLITICHE MONETARIE  STABILITA'