

Politica Economica (Clemif)

Esercitazione 5

TA: Francesca Diluiso

30/04/2015

Esercizio 1 (esternalità)

Si considerino le funzioni di costo delle imprese 1 e 2 che producono rispettivamente i beni x e y (ogni unità di y genera un' unità di emissione inquinante).

$$C_1(x, y) = 5x + 2x^2 + \frac{1}{2}y^2$$

$$C_2(y) = 4y + 3y^2$$

Le imprese vendono i propri prodotti in mercati perfettamente concorrenziali. I prezzi di mercato sono i seguenti:

$$p_x = 21$$

$$p_y = 40$$

punto a) Determinare la produzione di x che massimizza i profitti dell'impresa 1 (date le scelte di produzione dell'impresa 2) e i suoi profitti

Scriviamo le due funzioni di profitto:

$$\pi_1(x, y) = 21x - 5x - 2x^2 - \frac{1}{2}y^2$$

$$\pi_2(y) = 40y - 4y - 3y^2$$

massimizziamo il profitto dell'impresa 2:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial y} = 40 - 4 - 6y = 0 \Rightarrow y = 6 \quad \pi_2 = (40 \cdot 6) - (4 \cdot 6) - (3 \cdot 36) = 240 - 24 - 108 = 108$$

Sostituiamo le scelte di produzione dell'impresa 2 nella funzione di profitto dell'impresa 1 e massimizziamo i profitti dell'impresa 1:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x} = 21 - 5 - 4x = 0 \Rightarrow x = 4 \quad \pi_1 = (21 * 4) - (5 * 4) - 32 - 18 = 84 - 20 - 32 - 18 = 14$$

punto b) Determinare la produzione di y che massimizzerebbe i profitti congiunti

La massimizzazione congiunta dei profitti è data da:

$$\pi_1 + \pi_2 = \pi \Rightarrow \pi = 21x - 5x - 2x^2 - \frac{1}{2}y^2 + 40y - 4y - 3y^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = 0 \Rightarrow -y + 40 - 4 - 6y = 0 \Rightarrow 7y = 36 \quad y = 36/7 = 5.14 (< 6)$$

(Anche nel caso di profitti congiunti la produzione del bene x non cambia, in quanto tale bene è prodotto soltanto dall'impresa 1. Verifichiamolo: $\frac{\partial \pi}{\partial x} = 0 \Rightarrow 21 - 5 - 4x = 0 \Rightarrow 4x = 16 \quad x = 4$)

punto c) Si supponga che i diritti di proprietà (ad inquinare) siano assegnati all'impresa 2. Si verifichi se esiste la disponibilità dell'impresa 1 a pagare l'impresa 2 per la riduzione di una e successivamente di due unità di produzione di y

Se l'impresa 2 ha i diritti di proprietà, accetterà di ridurre y al di sotto di 6 solo se i suoi profitti complessivi (inclusendo anche i pagamenti per la cessione dei diritti di proprietà) non saranno inferiori a 108. Se l'impresa riduce di un'unità la produzione, i profitti risultano pari a:

$$\pi_2(y = 5) = (40 * 5) - (4 * 5) - (3 * 25) = 200 - 20 - 75 = 105$$

I profitti si riducono in valore assoluto di 3. Questo è il minimo che l'impresa 2 deve ricevere dall'impresa 1 per accettare tale riduzione. Quanto è disposta a pagare l'impresa 1, qualora la produzione di y passasse da 6 a 5?

$$\pi_1(y = 5) = (21 * 4) - (5 * 4) - (2 * 16) - \frac{1}{2}25 = 19.5$$

I profitti della 1, aumentano di 5,5. C'è quindi lo spazio per una contrattazione perchè esiste la possibilità di aumento dei benefici netti totali: se l'impresa 1 paga alla 2 una cifra compresa tra 5,5 e 3 (compensazione) entrambe miglioreranno la loro condizione.

Se l'impresa 2 riduce di un' ulteriore unità la sua produzione da 5 a 4 avremo:

$$\pi_2(y = 4) = (40 * 4) - (4 * 4) - (3 * 16) = 160 - 16 - 48 = 96$$

La riduzione dei profitti è uguale a 9. Per l'impresa 1, invece i profitti saranno pari a:

$$\pi_1(y = 4) = (21 * 4) - (5 * 4) - (2 * 16) - \frac{1}{2}16 = 24$$

L'aumento di profitti per l'impresa 1 è pari a 4,5. La massima somma che l'impresa 1 è disposta a pagare è inferiore alla somma richiesta dall'impresa 2 per rinunciare al diritto di proprietà e ridurre la produzione di y di un'altra unità.

Esercizio 2 (costi marginali di abbattimento)

Un' impresa ha la seguente funzione di Beneficio (profitto) totale netto:

$$BT = 100 + 50q - 5q^2$$

L'attività di produzione genera emissioni inquinanti, in quantità uguale al prodotto (in rapporto 1 ad 1), che generano esternalità negative. Il costo di queste esternalità è rappresentato dalla seguente funzione (Costo Esterno Totale CE):

$$CE = \frac{15}{2}q^2$$

punto a) Determinare la quantità che verrebbe prodotta dall'impresa massimizzando il proprio beneficio netto (cioè il profitto) e il valore dell'esternalità negativa che si genererebbe di conseguenza

Calcoliamo il beneficio marginale netto:

$$BMG = 50 - 10q \quad q = 5$$

L'impresa produce 5 unità perchè in quel punto il suo beneficio marginale netto si annulla e non conviene produrre una quantità maggiore.

Il costo totale esterno sarà pari a:

$$CE = \frac{15}{2}5^2 = 187.5$$

punto b) Determinare la quantità di produzione corrispondente all'ottimo sociale

La produzione efficiente è determinata dall'uguaglianza tra costi marginali esterni e benefici marginali privati:

$$CMGE = \frac{\partial CE}{\partial q} = 15q$$

$$CMGE = BMG$$

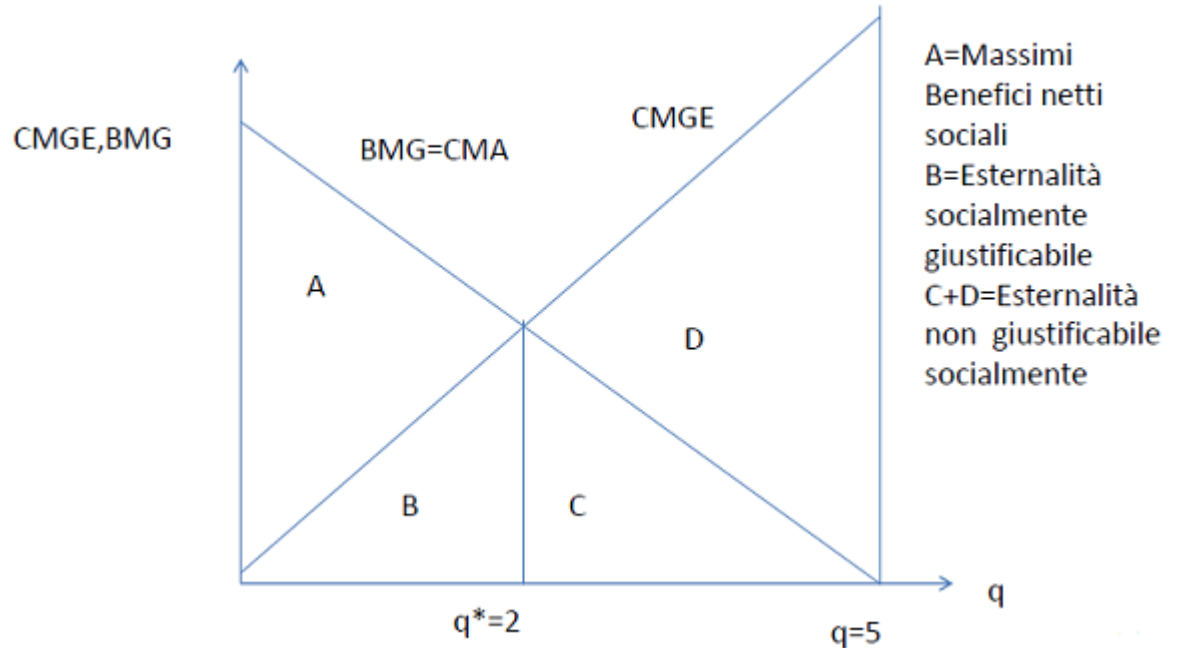
$$15q = 50 - 10q \Rightarrow q^* = 2$$

La quantità corrispondente all'ottimo sociale risulta dunque inferiore a quella privata che era $q = 5$.

punto c) Determinare la funzione di Costo Marginale di Abbattimento (CMA) e proporne una rappresentazione grafica

La funzione di CMA è uguale alla funzione di Beneficio marginale netto, quando l'unico modo per abbattere le emissioni è ridurre la produzione. La rappresen-

tazione grafica è la seguente:



Esercizio 3 (permessi negoziabili)

Si considerino due imprese che operano nella stessa industria. Le due imprese hanno le seguenti funzioni di Beneficio marginale netto associate alla produzione del bene x:

$$BMG_1(x) = 60 - 2x_1$$

$$BMG_2(x) = 90 - 3x_2$$

Alla produzione del bene x corrisponde, per ipotesi, un'eguale quantità di emissioni inquinanti che generano esternalità negative. Per ridurre tali esternalità, l'Agenzia dell'Ambiente emette, avendo tenuto conto dei costi esterni, una quantità di permessi negoziabili pari a 20.

punto a) Determinare la quantità di permessi che verrà richiesta da ciascuna delle due imprese

Sappiamo che le curve di Beneficio Marginale possono anche essere viste come curve di Costo Marginale di Abbattimento e che la domanda di permessi negoziabili si ottiene eguagliando i BMG delle due imprese. Il vincolo è rappresentato dalla quantità pari a 20 permessi negoziabili. Si costruisce il seguente sistema:

$$60 - 2x_1 = 90 - 3x_2$$

$$x_1 + x_2 = 20$$

$$x_1 = 20 - x_2 \Rightarrow 60 - 2(20 - x_2) = 90 - 3x_2 \Rightarrow 60 - 40 + 2x_2 = 90 - 3x_2 \Rightarrow$$

$$90 - 20 = 3x_2 + 2x_2 \Rightarrow 70 = 5x_2 \Rightarrow x_2 = 14$$

$$x_1 = 20 - 14 = 6$$

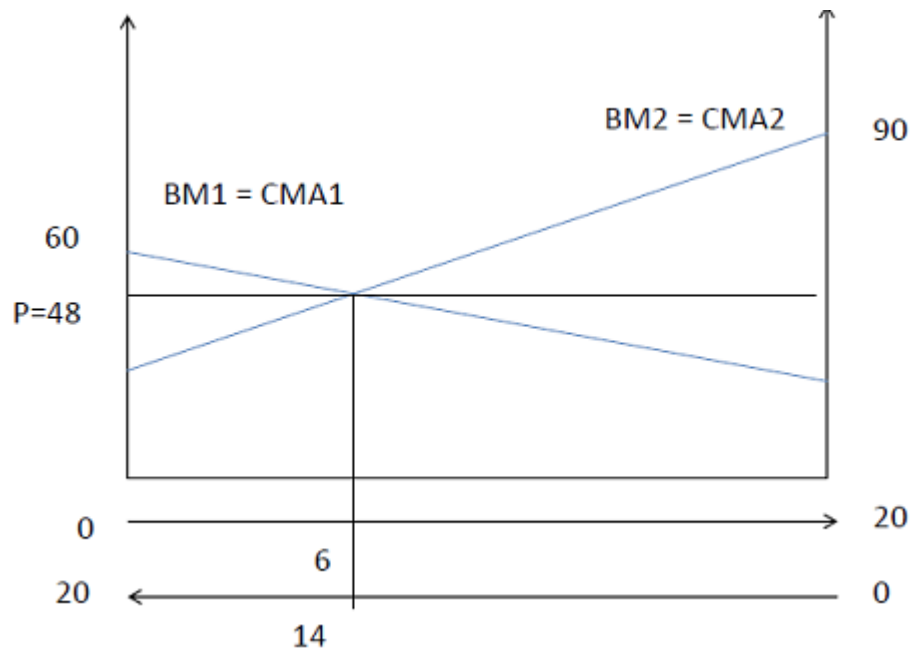
L'impresa 1 domanderà dunque 6 permessi, mentre l'impresa 2 ne chiederà 14.

punto b) Determinare il prezzo che si formerà sul mercato dei permessi negoziabili

Il prezzo del permesso negoziabile è uguale al valore $BMG_1 = BMG_2$ nel punto di ottimo.

$$p = BMG_1 = BMG_2 \Rightarrow 60 - 2x_1 = 90 - 3x_2 = 48$$

punto c) Illustrare graficamente l'equilibrio



Esercizio 4 (tasse pigouviane)

Si considerino 2 imprese operanti nello stesso settore con le seguenti funzioni di

Beneficio marginale netto:

$$BMG_1 = 50 - 10q_1$$

$$BMG_2 = 30 - 6q_2$$

Supponendo che la produzione coincida con le emissioni (proporzione 1 a 1), si consideri l'introduzione di una tassa pigouviana di 15 euro per ogni unità di emissione.

punto a) Determinare l'ammontare della produzione delle imprese 1 e 2 prima dell'introduzione della tassa

Prima dell'introduzione della tassa entrambe le imprese stabiliscono quantità di produzione e di emissioni tali che:

$$BMG_1 = 50 - 10q_1 = 0 \Rightarrow q_1 = 5$$

$$BMG_2 = 30 - 6q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = 5$$

punto b) Determinare l'ammontare della produzione delle imprese 1 e 2 dopo l'introduzione della tassa

L'introduzione della tassa rende ora necessario eguagliare il Beneficio Marginale netto non a zero ma al valore della tassa. Pertanto le produzioni delle due imprese si modificano come segue:

$$BMG_1 = 50 - 10q_1 = 15 \Rightarrow q_1 = 3,5$$

$$BMG_2 = 30 - 6q_2 = 15 \Rightarrow q_2 = 2,5$$

Considerazioni: rispetto al valore iniziale $q = 5$ si osserva che con l'introduzione della tassa pigouviana l'impresa 2 abbassa di più la produzione. Questo è sintomo di una maggiore efficienza dovuta a vari fattori, tra cui le tecnologie utilizzate. La tassa ha lo scopo di spingere le imprese più efficienti a ridurre maggiormente le proprie emissioni. Risultato generale da tenere a mente: nel punto di ottimo il costo marginale di abbattimento è lo stesso per tutte le imprese (in questo caso sarà pari a 15).

Esercizio 5 (tasse pigouviane)

Si supponga che l'impresa 1 generi un'externalità negativa da produzione inquinante i cui Costi Esterni Totali siano rappresentati dalla seguente funzione:

$$CE_1 = 5q_1 + 0,25q_1^2$$

I benefici totali netti dell'impresa sono invece pari a:

$$BNT_1 = 60q_1 - q_1^2$$

Determinare la produzione ottimale privata e l'ammontare della tassa pigouviana.

Risposta:

L'ottimo privato è dato dal livello di produzione in corrispondenza del quale i Benefici Marginali netti sono pari a zero:

$$BMG_1 = 0$$

$$BMG_1 = 60 - 2q_1 = 0 \quad q_1 = 30$$

La tassa pigouviana è esattamente pari al CMGE in corrispondenza della quantità di produzione socialmente ottima. Tale quantità si trova eguagliando CMGE ai BMG.

$$BMG_1 = CMGE_1$$

$$60 - 2q_1 = 5 + 0,5q_1 \quad 55 = 2,5q_1 \Rightarrow$$

$$q_1^* = 22$$

Conoscendo il livello di produzione socialmente efficiente possiamo anche stimare il valore della tassa pigouviana:

$$T^* = 5 + 0,5(q_1^*) = 5 + 0,5 * 22 = 16$$

La controprova che una tassa pari a 16 euro sia una tassa che internalizzi l'esternalità, si ottiene stimando il livello di produzione che l'impresa effettua dopo l'introduzione della tassa. Andiamo a ri-stimare la produzione nel punto in cui $BMG_1 = 0$:

$$60 - 2q_1 - 16 = 0 \quad q_1 = 22$$

Il livello di produzione scelto dall'impresa quando i suoi BMG includono anche la tassa (dal lato dei costi) è esattamente pari al livello di produzione (quindi di inquinamento) socialmente ottimo.

Esercizio 6 (standard vs tasse)

Supponiamo che nel mercato, come da esercizio precedente, entri una seconda impresa che genera inquinamento e che presenta la stessa funzione di CE della impresa 1 e con una funzione di beneficio totale:

$$BNT_2 = 60q_2 - 1,5q_2^2$$

punto a) Determinare il nuovo livello socialmente ottimo di inquinamento per una curva di beneficio marginale aggregato delle due imprese pari a $BNM = 60 - 1,2q$ (dove $q = (q_1 + q_2)$)

Sommiamo le curve di Costo Marginale esterno delle due imprese per ottenere il danno marginale totale provocato dalla produzione complessiva $q(q_1 + q_2)$:

$$CMGE = CMGE_1 + CMGE_2 = 5 + 0,5q_1 + 5 + 0,5q_2 = 10 + \frac{1}{2}(q_1 + q_2)$$

$$q = (q_1 + q_2) \Rightarrow CMGE = 10 + \frac{1}{2}q$$

La curva del beneficio marginale netto aggregato (dal testo dell'esercizio) è pari a:

$$BMG = 60 - 1,2q$$

Eguagliando i costi marginali esterni aggregati CMGE ai benefici marginali netti aggregati BMG ed otteniamo il livello d'inquinamento socialmente ottimo:

$$60 - 1,2q = 10 + 0,5q \Rightarrow 50 = 1,7q$$

$$q^* = 29,4$$

punto b) Determinare il valore della tassa pigouviana

La tassa pigouviana è quindi uguale al valore dell'esternalità prodotta in corrispondenza della quantità socialmente ottima:

$$T^* = CMGE(q^*) = 10 + 0,5 * 29,4 = 24,7$$

punto c) Determinare la produzione scelta dalle due imprese dopo l'introduzione della tassa

Dopo l'introduzione della tassa i Benefici Marginali netti si annullano in corrispondenza di livelli di produzione diversi rispetto a prima della sua introduzione. La somma delle quantità ottimali scelte dalle imprese restituisce il livello socialmente efficiente di inquinamento:

$$BMG_1(T^*) = 60 - 2q_1 - 24,7$$

$$q_1^*(T^*) = 17,65$$

$$BMG_2(T^*) = 60 - 3q_2 - 24,7$$

$$q_2^*(T^*) = 11,76$$

$$q_1^*(T^*) + q_2^*(T^*) = 29,4 = q^*$$

punto d) Determinare la produzione delle due imprese nel caso si ponesse uno standard per ogni impresa pari alla metà del livello totale ottimo di inquinamento determinato al punto a

Nel caso dell'introduzione di uno standard S , il policy maker fissa una quantità uguale di produzione per entrambe le imprese. Se conosce la curva di BMG aggregata e la curva di costo marginale esterno aggregata fisserà uno standard pari a $q^*/2$ per ogni impresa. Ogni impresa dovrà quindi ridurre le proprie emissioni fino a:

$$S = q_1(S) = q_2(S) = \frac{q^*}{2} = 14,7$$

(tale valore standard fissato da un' autorità istituzionale, non riesce a tenere conto della diversa efficienza delle due imprese nel ridurre le emissioni).

**punto e) Determinare i benefici netti totali nel caso della
tassa pigouviana e nel caso dello standard**

Per calcolare i Benefici Netti totali nel caso della tassa pigouviana e dello standard, prendiamo le equazioni di BNT delle due imprese e poi sostituiamo le quantità ottime con tassazione e la quantità individuata dallo standard:

$$BMG_1(T^*) = 60 - 2q_1 - 24,7 \quad q_1^*(T^*) = 17,65$$

$$BMG_2(T^*) = 60 - 3q_2 - 24,7 \quad q_2^*(T^*) = 11,76$$

$$q_1^*(T^*) + q_2^*(T^*) = 29,4 = q^*$$

$$BNT_1(T^*) = 60q_1 - q_1^2 = 60 * 17,65 - (17,65)^2 = 747,47$$

$$BNT_2(T^*) = 60q_2 - 1,5q_2^2 = 60 * 11,76 - 1,5 * (11,76)^2 = 498,15$$

$$BNT(T^*) = BNT_1(T^*) + BNT_2(T^*) = 1245,63$$

$$BNT_1(S) = 60q_1 - q_1^2 = 60 * 14,7 - (14,7)^2 = 665,91$$

$$BNT_2(S) = 60q_2 - 1,5q_2^2 = 60 * 14,7 - 1,5 * (14,7)^2 = 557,86$$

$$BNT(S) = BNT_1(S) + BNT_2(S) = 1223,77$$

I Benefici Netti Totali sono più alti nel caso della tassa rispetto al caso dello standard. A parità di riduzione di emissioni, la tassa è lo strumento di politica più efficiente. Lo strumento command&control infatti, imputando alle due imprese lo stesso standard di produzione, non tiene conto di chi è in grado di praticare una riduzione dell'inquinamento ad un costo marginale minore.

