

MATEMATICA GENERALE - Canali III, IV

Sessione Invernale, II Appello, 31/1/2012, A.A. 2011/2012, Compito 3

Cognome Nome Matricola

Canale III (Prof. Ramponi)

IV (Prof.ssa Tessitore)

Firma

1) (9 p.ti) Studiare la funzione $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{2-x}\right)$.

a] Dominio e segno

b] Limiti e asintoti

c] Determinazione punti critici (ovvero stazionari)

d] Studio massimi e minimi

e] Grafico (lo studio di eventuali flessi è opzionale).

2) (5 p.ti) Determinare il gradiente e la matrice Hessiana della funzione

$$f(x, y) = y^2x - 16y^2 - \frac{x^2}{2}$$

e, se esistono, i punti stazionari.

3) (7 p.ti) Studiare al variare del parametro $v \in \mathbb{R}$ le soluzioni del sistema e trovarle:

$$\begin{cases} x - 4y = v \\ x - y = 1 \\ x + vy = 0 \end{cases}$$

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti, l'ultima domanda vale 2 punti.

- 4) (2 p.ti) Sia $f(x) = (c + 1)x^b$, c e b costanti reali. La quantità $\epsilon = \frac{xf'(x)}{f(x)}$ è data da $\epsilon = (c + 1)b$.
 Vero Falso
- 5) (2 p.ti) Siano $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ e \mathbf{v}_3 vettori in \mathbb{R}^3 linearmente indipendenti, la matrice $A_{3 \times 3} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e sia $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$. Allora
1. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ ammette un'unica soluzione
 2. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ non ammette soluzioni
 3. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ ha infinite soluzioni
- 6) (2 p.ti) Sia $F(x)' = f(x)$ con $f(x)$ continua su $[a, b]$. Allora
1. $\int_a^b f(x)dx = F(x) + c$
 2. $\int_a^b F(x)dx = f(b) - f(a)$
 3. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
- 7) (2 p.ti) La funzione $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$ non è definita in $x = 0$. Essa è definita e continua in 0 se
1. $f(0) = 2$
 2. $f(0) = 1$
 3. $f(0)$ assume qualsiasi valore reale
- 8) (2 p.ti) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange.