

Esercitazione di Matematica Generale CLEF

20 e 27 Novembre 2025 A.A. 2025-2026

Esercizio 1. Studiare le seguenti funzioni e tracciarne il grafico

$$(1) f(x) := \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$$

$$(3) f(x) := \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

$$(2) f(x) := \frac{x^2}{x^2 - 4}$$

$$(4) f(x) := \ln\left(\frac{x-3}{x-1}\right)$$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti con la regola di de L'Hôpital

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}; \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3};$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+e^{2x})}{4x}; \quad (d) \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x.$$

Esercizio 3. Calcolare il polinomio di Taylor delle seguenti funzioni attorno al punto specificato e arrestando lo sviluppo all'ordine indicato:

$$a) f(x) = \ln(3+x) \quad (x_0 = 0, n = 3),$$

$$b) f(x) = \sqrt{1 + \cos x} \quad (x_0 = 0, n = 2).$$

Esercizio 4. Calcolare i seguenti integrali immediati:

$$(a) \int \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$(e) \int \cot(x) dx$$

$$(b) \int \cos(x) \sin^4(x) dx$$

$$(f) \int \frac{e^{2x}}{1 + e^{4x}} dx$$

$$(c) \int \frac{x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x}} dx$$

$$(g) \int \frac{\sin(\sqrt{x+1}) \cos(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$(d) \int x^2 \cos(x^3) dx$$

$$(h) \int \frac{\sin(\ln(x))}{x} dx$$

Esercizio 5.

Calcolare i seguenti integrali per sostituzione:

$$(a) \int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$$

$$(e) \int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$(b) \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x}+1}} dx$$

$$(f) \int \frac{1 - \cos(x)}{(x - \sin(x))^2} dx$$

$$(c) \int \frac{1}{x\sqrt{\ln(x)}} dx$$

$$(g) \int \frac{\cos(1 + \sqrt{x})}{2\sqrt{x}} dx$$

$$(d) \int \frac{\ln^2(x) + 2\ln(x) + 1}{x} dx$$

$$(h) \int \frac{x^2}{1+x^6} dx$$

Esercizio 6.

Calcolare i seguenti integrali per parti:

$$(a) \int x e^{-x} dx$$

$$(e) \int \arcsin(x) dx$$

$$(b) \int x \sin(x) dx$$

$$(f) \int \frac{x+1}{x^2} \ln(x) dx$$

$$(c) \int x \ln(x) dx$$

$$(g) \int e^{2x} \cos(x) dx$$

$$(d) \int (3x+4) \sin(x) dx$$

$$(h) \int \cos^2(x) dx$$

Esercizio 7.

Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$(a) \int_1^2 \frac{x^2+1}{x} dx$$

$$(c) \int_0^{\ln(3)} \frac{e^{x+1}}{e^x+2} dx$$

$$(b) \int_1^e \frac{1}{x\sqrt{\ln(x)}} dx$$

$$(d) \int_0^{\pi/2} x \cos(x) dx$$