Università degli Studi di Roma Tor Vergata.

Corso di

Microeconomia

(Corsi di Laurea Triennali CLEMIF e CLEOT)

Prof. Alessandro Piergallini

Assistente: Dott. Andrea Pisante

(andrea.pisante2014@libero.it , ricevimento ogni lunedì dopo l'esercitazione)

Anno Accademico 2015-16

Esercitazione 6 – 06 aprile 2016 – Testo e Soluzioni

1. **Consideriamo un impresa in un mercato dei beni perfettamente concorrenziale. I dati rilevanti sono: Prezzo dell'input variabile, W = 5; Prezzo del prodotto, P = 30; Produttività marginale del lavoro (unico fattore variabile), PMaN = 6 / Q. Calcolare la quantità prodotta dall'impresa nel breve periodo, Q*.**

Risposte

(riferimento nel testo, paragrafo 9.2 L'equilibrio dell'impresa in concorrenza perfetta)

L'obiettivo dell'impresa è scegliere la quantità prodotta in maniera da massimizzare il profitto, $\Pi = RT(Q) - CT(Q)$. Questo implica uguagliare ricavi marginali e costi marginali in corrispondenza della quantità prodotta, formalmente:

$$RMa(Q^*) = CMa(Q^*).$$

In concorrenza perfetta il prezzo di vendita è un dato (fisso) per l'impresa, per cui: $RMa(Q^*) = P \;\; \forall\, Q^*$, per cui la condizione marginale diviene:

$$P = CMa(Q^*).$$

Nel breve periodo per definizione gli impianti sono dati, $M = M_0$, per cui l'unico fattore che si può variare per variare il prodotto è il fattore variabile (il lavoro, per es.), N. Per cui il costo marginale rilevante è quello relativo al solo lavoro, N, quindi abbiamo:

$$CMa = CMaN.$$

Data la definizione di costo marginale del lavoro, e sostituendo i dati del nostro esercizio, la condizione di ottimo diviene:

$$CMa = CMaN = \frac{W}{PMaN} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}/\boldsymbol{Q}} = RMa = P = \mathbf{30}.$$

Da cui con successivi passaggi matematici otteniamo:

$\frac{5}{6/Q} = 30$, $\rightarrow$ / 6 = $\rightarrow$ $\frac{1}{6/Q} = 6$, $\rightarrow$ $\mathbf{1 = 6}$ $\frac{6}{Q} = \frac{\mathbf{36}}{\mathbf{Q}}$, $\rightarrow$ **$Q^* = 36$**.

Quindi abbiamo trovato Q^* coerente con la condizione marginale. Nel caso fosse stato richiesto, avremmo anche dovuto verificare la condizione media, $P \geq CVMe(Q^*)$, ma sull'ultimo elemento non abbiamo (sufficienti) informazioni nell'esercizio.

2. In un mercato (o settore, o industria) concorrenziale sono presenti un numero elevatissimo di imprese identiche caratterizzate da: Curva del costo marginale, CMa = 15 Q; Curva del costo medio, CMe = 360 / Q + 5 Q.

A. Calcolare il prezzo di equilibrio di lungo periodo nel mercato.

B. Qual è la funzione del costo totale di lungo periodo dell'impresa rappresentativa?

Risposte

(riferimento nel testo, paragrafo 9.3 L'equilibrio dell'industria)

A. L'impresa che massimizza il profitto (sia nel breve che nel lungo periodo) sceglierà la quantità prodotta in maniera da uguagliare ricavi marginali e costi marginali in corrispondenza della quantità prodotta, con i primi che in concorrenza perfetta sono costanti e pari al prezzo di mercato. Per cui formalmente:

$$CMa(Q^*) = RMa(Q^*) = P^*.$$

Un mercato (o industria) è in equilibrio di lungo periodo quando il numero delle imprese presenti, che è potenzialmente variabile nel lungo periodo, è fisso, perché non esiste (più) incentivo ad entrare od uscire dal mercato stesso. Questo avviene quando (gl)i (extra-)profitti sono nulli, e cioè quando i prezzi sono pari (anche) ai costi medi. Per cui formalmente:

$$CMe(Q_l^*) = RMe(Q_l^*) = P_l^*.$$

Quindi nell'equilibrio di lungo periodo dell'industria il prezzo sarà tale che si abbia simultaneamente:

$$CMa(Q_l^*) = P_l^* = CMe(Q_l^*).$$

Sostituendo i dati del nostro esercizio abbiamo quindi (con ovvi passaggi):

$$15\,Q = 360 / Q + 5\,Q$$

$$15\,Q - 5\,Q = \mathbf{10\,Q = 360 / Q}$$

$$10\,Q^2 = 360\,Q \rightarrow Q^2 = 36 \rightarrow \mathbf{Q_l^* =} \sqrt{36} \mathbf{= 6}.$$

Possiamo quindi trovare il valore di P_l^*, sostituendo Q_l^* in **uno** dei due mebri della precedente equazione:

$$CMa(Q_l^*) = P_l^* = CMe(Q_l^*).$$

Per completezza risolviamo entrambe le equazioni del prezzo:

$$\mathbf{P_l^* =} CMa(Q_l^*) = 15\,Q_l^* = 15 * 6 \mathbf{= 90}.$$

$$\mathbf{P_l^* =} CMe(Q_l^*) = 360 / Q_l^* + 5\,Q_l^* = 360 / 6 + 5 * 6 = 60 + 30 \mathbf{= 90}.$$

B. Dalla definizione del costo medio: $CMe = CT / Q$; otteniamo facilmente l'espressione del costo totale, $CT = CMe * Q$. Sostituendo le forme funzionali del nostro esercizio, possiamo quindi ottenere quanto richiesto:

$$\mathbf{CT}(Q) = CMe(Q) * Q = (360 / Q + 5 Q) * Q \mathbf{= 360 + 5 Q^2}.$$[1]

3. Un mercato concorrenziale di breve periodo è caratterizzato come segue: la curva di domanda di mercato è $Q_d = 512 - 7 P$; nell'industria sono presenti 200 imprese identiche ciascuna con funzione del costo totale pari a $CT_i = 9 + 4 Q_i^2$, e funzione del costo marginale $CMa_i = 8 Q_i$.

C. Calcolare prezzo e quantità di equilibrio del settore nel breve periodo, P^* e Q^*. Qual è la quantità prodotta da ciascuna impresa, Q_i^*?

D. Nell'ipotesi semplificatrice che le curve di costo medio e marginale di breve periodo e di lungo periodo siano identiche, calcolare prezzo e quantità di equilibrio del settore nel *lungo* periodo, P_l^* e Q_l^*. Qual è la corrispondente quantità prodotta da ciascuna impresa, Q_{il}^*?

Risposte

(riferimento nel testo, paragrafo 9.3 L'equilibrio dell'industria)

A. La determinazione congiunta del prezzo e della quantità di equilibrio di breve periodo si avrà dall'uguaglianza tra la domanda e l'offerta del mercato. Mentre l'equazione della prima ci è data nell'esercizio, dobbiamo costruirci la curva di offerta dell'industria nel breve periodo, che sappiamo essere la somma delle quantità offerte dalle 200 imprese identiche presenti, per ogni livello del prezzo, quindi 200 volte la curva di offerta dell'impresa rappresentativa.
Ciascuna impresa massimizza quando $P = CMa_i(Q_i)$. Quindi abbiamo:

$$P = CMa_i(Q_i) = 8 Q_i.$$

Invertendo l'equazione, cioè esplicitandola in termini di Q_i, otteniamo la quantità offerta dall'impresa per ogni livello del prezzo, cioè la curva di offerta dell'impresa rappresentativa. Formalmente:

$$Q_{is} = 1 / 8 P = P / 8.$$

Moltiplicando l'offerta dell'impresa per il numero delle imprese (identiche) otteniamo quindi la curva di offerta dell'industria. Formalmente:

$$Q_s = 200 * Q_{is} = 200 * (P / 8) = 200 / 8 * P = 25 P.$$

Abbiamo quindi tutti gli elementi per determinare il prezzo e la quantità di equilibrio del mercato nel breve periodo. Infatti formalmente avremo:

---

[1] Nota per i *meritevoli "matematici" (non richiesta all'esame)*: non vi sarà sfuggito a fine esercizio … che nel testo dello stesso c'è una lieve inconsistenza matematica (senza conseguenze nella risoluzione della parte economica dello stesso): l'equazione del costo totale conseguente all'equazione del CMe data nell'esercizio, $CT = 360 + 5 Q^2$, implica un'equazione del costo marginale, $CMa = \partial CT / \partial Q = 2*5Q = 10Q$. Essa è quindi *non identica* all'equazione di CMa data nel testo. Mi scuso della svista nella costruzione dell'esercizio. Nello scrivervi queste soluzioni me ne sono accorto, ma comunque ho preferito fornirvi la soluzione coerente con il testo dato in classe (e non di un nuovo testo corretto ma diverso), dato che ciò non vi penalizza comunque nella comprensione economica e nella soluzione analitica degli esercizi (corretti), e in vista dell'esame. ☺ Nel testo dell'esercizio seguente invece $CMa \equiv \partial CT / \partial Q$ ☺.

$$\begin{cases} Q_d = 512 - 7P \\ Q_s = 25\,P \\ Q_d = Q_s \end{cases} .$$

(Sostituendo ripetutamente, e quindi) Uguagliando i lati destri delle prime due equazioni otteniamo che il prezzo di equilibrio deve rispettare:

$512 - 7\,P = 25\,P \;\rightarrow\; \mathbf{512} = 25\,P + 7\,P = \mathbf{32\,P} \;\rightarrow\; \mathbf{P^*} = 512 / 32 = \mathbf{16.}$

Sostituendo in (ciasc)una delle due equazioni otteniamo quindi:

$Q_d(P^*) = 512 - 7\,P^* = 512 - 7 * 16 = 512 - 112 = \mathbf{400 = Q^*.}$

$Q_s(P^*) = 25\,P^* = 25 * 16 = \mathbf{400 = Q^*.}$

Per ottenere la quantità offerta in equilibrio da ciascuna impresa possiamo procedere in due modi equivalenti ed alternativi (all'esame ne basta uno ☺).

Possiamo dividere la quantità offerta (e prodotta) in equilibrio nel mercato per il numero di imprese, ottenendo così:

$Q_{is}(P^*) = Q_s(P^*) / 200 = 400 / 200 = \mathbf{2 = Q_i^*}.$

Alternativamente possiamo calcolare il livello offerto dall'impresa in corrispondenza del livello dei prezzi (di equilibrio) P*, ottenendo così:

$Q_{is}(P^*) = 1 / 8\,P^* = (1 / 8) * 16 = 16 / 8 = \mathbf{2 = Q_i^*}.$

B. Stiamo assumendo: $CMa_i = CMa_{il}$ & $CMe_i = CMe_{il}$. Mentre l'equazione del costo marginale (di lungo e breve periodo) ci è data nel testo dell'esercizio, l'equazione del costo medio (di lungo e breve periodo) la dobbiamo derivare dall'equazione del costo totale fornitaci nel testo dell'esercizio. Ricaviamo quindi:

$\mathbf{CMe_{il}} = CT_{i(l)} / Q_i = (9 + 4\,Q_i^2) / Q = \mathbf{9 / Q + 4\,Q_i}$.

Sappiamo che, nell'equilibrio di lungo periodo dell'industria, il livello dei prezzi deve essere tale da eguagliare non solo il costo marginale ma anche il costo medio dell'impresa rappresentativa (così annullando l'incentivo ad entrare o uscire dal mercato). Formalmente avremo:

$$\begin{cases} \mathrm{CMa}_{il}(\mathrm{Q}_{il}^*) = \mathrm{P}_l^* = \mathrm{CMe}_{il}(\mathrm{Q}_{il}^*). \\ \mathrm{CMa}_{il}(\mathrm{Q}_{il}^*) = 8\,\mathrm{Q}_{il}^* \\ \mathrm{CMe}_{il}(\mathrm{Q}_{il}^*) = 9/\mathrm{Q}_{il}^* + 4\mathrm{Q}_{il}^* \end{cases} ,$$

Quindi eguagliando i lati destri delle due ultime equazioni troviamo l'(unica) equazione lineare che Q_{il}^* deve rispettare per far si che corrisponda all'equilibrio di lungo periodo dell'industria. Abbiamo quindi:

$8\,Q_{il}^* = 9 / Q_{il}^* + 4\,Q_{il}^* \;\rightarrow\; 8\,Q_{il}^* - 4\,Q_{il}^* = \mathbf{4\,Q_{il}^* = 9 / Q_{il}^*}, \;\rightarrow$

$4\,(Q_{il}^*)^2 = 9 \;\rightarrow\; (Q_{il}^*)^2 = 9 / 4 = (3 / 2)^2 \;\rightarrow\; \mathbf{Q_{il}^*} = \sqrt{(3/2)^2} = \mathbf{3 / 2}.$

Q_{il}^* è quindi il livello del prodotto per (ciascuna) impresa che garantisce che in corrispondenza di esso costi medi e marginali si eguaglino tra loro, e inoltre si eguaglino al prezzo di equilibrio di lungo periodo. Sostituendo quindi Q_{il}^* nell'equazione dei costi marginali e/o medi otteniamo quindi il livello dei prezzi di equilibrio di lungo periodo, P_l^*. Abbiamo quindi in ambedue i casi:

$\mathrm{CMa}_{il}(\mathrm{Q}_{il}^*) = \mathbf{P}_l^* = 8\,\mathrm{Q}_{il}^* = 8 * \left(3/2\right) = \mathbf{12.}$

$$\mathrm{CMe}_{il}(\mathrm{Q}_{il}^{*}) \;=\; \boldsymbol{P_l^{*}} \;=\; \frac{9}{\mathrm{Q}_{il}^{*}} + 4\,\mathrm{Q}_{il}^{*} = \frac{9}{\left({}^{3}/{}_{2}\right)} + 4\left(\frac{3}{2}\right) = \;6+6 = \mathbf{12}.$$

Per determinare infine Q_l^*, non possiamo moltiplicare Q_{il}^* per il numero di imprese, perché nel nuovo equilibrio di lungo periodo, quindi dopo il processo di aggiustamento con entrata e/o uscita delle imprese al fine di annullare (gl)i (extra)profitti, esso ci è ignoto. Dobbiamo quindi per forza sostituire P_l^* nella curva di domanda (invariata) per ottenere quindi finalmente:

$Q_d(P_l^*) = 512 – 7\, P_l^* = 512 – 7 * 12 = 512 – 84 =$ **$428 = Q_l^*$.**

[In conclusione possiamo notare che: $Q_l^* > Q^*$; $P_l^* < P^*$; $Q_{il}^* < Q_i^*$. Logicamente il numero di imprese nell'industria è infatti cresciuto. …]