
Esame Statistica

COMPITO A

03.09.2025

Nome Cognome.....

Numero Matricola.....

Istruzioni:

1. Durata dell'esame: 1 ora e mezza.
 2. Approssimare tutti i calcoli alla seconda cifra decimale.
 3. Ai fini della valutazione si terrà conto solo ed esclusivamente di quanto riportato negli appositi spazi.
 4. Al termine della prova, è **OBBLIGATORIO** consegnare il presente foglio ed il foglio di brutta (DI CUI NON SI TERRÀ CONTO AI FINI DELLA VALUTAZIONE).
-

1. **(3 punti)** Mario ha calcolato che la durata del tragitto quotidiano per raggiungere l'università da casa sua è ben descritto da una variabile casuale Gaussiana con media 40 minuti e varianza 49 min^2
 - (a) Qual è la probabilità che oggi Mario impieghi tra 39 e 50 minuti per raggiungere l'università?
 - (b) Qual è la probabilità che sia oggi sia domani Mario impieghi tra 39 e 50 minuti per raggiungere l'università?
 - (c) Considerando inoltre che la durata quotidiana del viaggio è indipendente da quella degli altri giorni, qual è la probabilità che in 7 giorni consecutivi la durata media del suo viaggio sia compresa fra 39 e 50 minuti?

a)	b)
c)	

2. **(6 punti)** Una compagnia di assicurazioni vuole valutare l'entità media delle richieste di risarcimento danni per incidenti automobilistici. Un'indagine svolta su di un campione di 25 richieste ha dato i seguenti risultati (con X si indica la variabile “*Richiesta di risarcimento in migliaia di euro*”; con valore atteso μ e varianza σ^2 :)

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 212.12 \qquad \sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 2010$$

- (a) Stimare μ , l'entità media delle richieste e σ^2 , la varianza delle richieste di risarcimento, giustificando la scelta degli stimatori usati;
- (b) Ipotizzando che X abbia distribuzione Gaussiana calcolare l'intervallo di confidenza al 95% per la richiesta media di risarcimento,
- (c) Sempre ipotizzando che X abbia distribuzione Gaussiana verificare l'ipotesi, ad un livello di significatività $\alpha = 0.01$, l'ipotesi nulla $H_0 : \mu = 8$ contro l'ipotesi alternativa $H_1 : \mu \neq 8$, commentando i passaggi.

a) μ	σ^2
b)	
c)	

3. Supponiamo di avere un dataset che rappresenta le vendite mensili di un determinato prodotto per un periodo di 12 mesi. I dati sono espressi in migliaia di euro. Ecco i dati del campione:

12, 14, 15, 11, 13, 16, 18, 20, 22, 19, 17, 14

- (a) Calcolare la media aritmetica, la moda, la mediana, la varianza delle vendite mensili (**3 punti**).
- (b) Calcolare il coefficiente di variazione per valutare la variabilità relativa delle vendite rispetto alla media. (**1 punto**)
- (c) Definire i quartili di una distribuzione e calcolare il primo quartile delle vendite mensili (**2 punti**)

a)

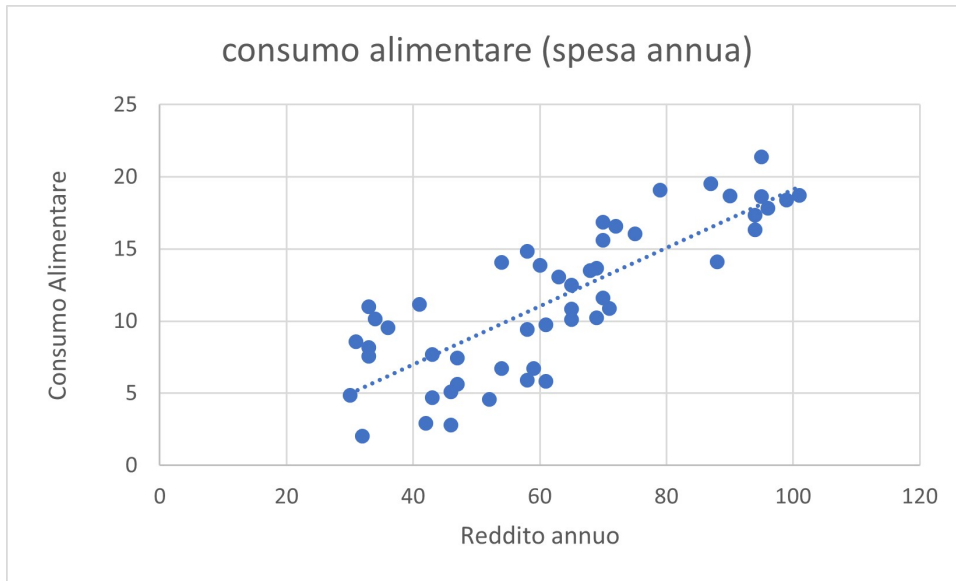
b)

c)

4. (1 punti) Sia X una v.a. con valore atteso μ e varianza σ^2 e sia (X_1, X_2, X_3, X_4) un campione casuale semplice distribuito come X . Il seguente stimatore è uno stimatore corretto per μ ?

$$T = \frac{3}{4}X_1 - \frac{1}{4}X_2 + X_3 - \frac{1}{2}X_4$$

5. (1 punto) Il seguente grafico mostra il diagramma di dispersione del reddito annuale e spesa annuale in beni alimentari di 50 famiglie italiane



Quali dei seguenti parametri vi sembrano più adeguati per spiegare la relazione che lega le due variabili:

- (a) $\beta_0 = 0$ e $\beta_1 = 1$
 - (b) $\beta_0 = -1$ e $\beta_1 = 0.2$
 - (c) $\beta_0 = -1$ e $\beta_1 = -0.4$
 - (d) $\beta_0 = 5$ e $\beta_1 = 0.4$
6. (2 punti) Enunciare e dimostrare il teorema di Bayes specificando le ipotesi necessarie.

7. Un college con tasse scolastiche più elevate corrisponde a lavori più remunerativi? Per i 30 migliori college negli Stati Uniti sono stati rilevati il reddito annuo lordo dopo 10 anni dalla fine del college in migliaia dollari (Y) e i relativi costi di iscrizione annuali (X) in migliaia dollari.

$$\sum_{i=1}^{30} x_i = 1200 \quad \sum_{i=1}^{30} y_i = 1860 \quad \sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 60300 \quad \sum_{i=1}^{30} y_i^2 = 128190 \quad \sum_{i=1}^{30} x_i y_i = 85000$$

- (a) calcolare i parametri della retta di regressione del reddito a 10 anni dalla fine del college (Y) sul costo di iscrizione annuale (X) e spiegarne il significato (2 punti)

- (b) Si calcoli il coefficiente di determinazione (**2 punti**)
- (c) Valutare la somma dei residui (**1 punto**)
- (d) Valutare la somma dei residui al quadrato (**1 punto**)
- (e) Secondo il modello, qual è il reddito annuo atteso a 10 dalla fine di un college la cui tassa di iscrizione annuale è di circa 42 mila dollari? (**1 punto**)

a)

b)

c)

d)

e)

8. (**2 punti**) Dati due eventi A e B, appartenenti a Ω , si fornisca la definizione di

- (a) eventi indipendenti;
- (b) eventi incompatibili.

a)

b)

9. Una moneta viene lanciata 120 volte, e si ottiene per 50 volte una croce. Vi è sufficiente evidenza per ritenere che la moneta sia truccata? Si ponga $\alpha = 0.01$ e si verifichi l'ipotesi che sia una moneta regolare contro l'ipotesi che sia una moneta truccata. (**2 punti**)