

Statistica, Esercitazione - 1

Pietro Monti

Settembre 2025 - pietro.monti@uniroma2.it

1 Introduzione

- **Rappresentazioni grafiche:** si usano grafici a barre, istogrammi e grafici a torta per visualizzare distribuzioni di dati, confronti e proporzioni.
- **Frequenze:** i dati vengono riassunti in:

$$n_i = \text{frequenza assoluta}, \quad f_i = \frac{n_i}{N} \quad (\text{frequenza relativa})$$

dove N è il numero totale di osservazioni.

- **Classi e distribuzioni:** quando i dati sono continui o numerosi, si suddividono in intervalli (classi).

a_i = ampiezza della classe = estremo sup. – estremo inf.

$$d_i = \frac{f_i}{a_i} \quad (\text{densità di frequenza})$$

dove f_i è la frequenza. La **classe modale** è quella con la densità d_i più alta.

- **Media aritmetica:** per n valori $x_1, x_2, \dots, x_n$:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- **Media ponderata:** quando i valori sono associati a frequenze f_i :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

- **Somma totale dei dati a partire dalla media:** se la media $\bar{x}$ e il numero di dati n sono noti:

$$\sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \cdot n$$

- **Mediana:** è il valore centrale di una distribuzione ordinata.

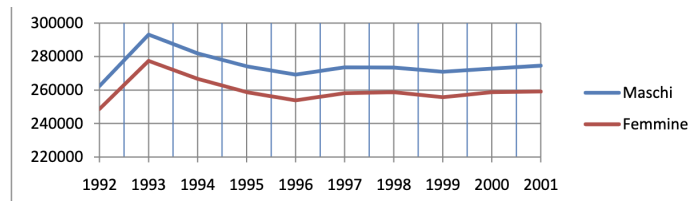
$$Me = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & \text{se } n \text{ è dispari} \\ \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} & \text{se } n \text{ è pari} \end{cases}$$

- **Moda:** è il valore che compare con frequenza maggiore in un insieme di dati. Nei dati raggruppati in classi, corrisponde alla **classe modale**.
- **Interpretazione dei dati:** oltre ai calcoli, è importante leggere e commentare grafici statistici, confrontando distribuzioni e individuando differenze tra gruppi o situazioni reali.

2 Esercizi

2.1 Esercizio

Testo



Il grafico rappresenta l'andamento delle nascite, suddiviso per genere, in Italia.

1. Nascono più maschi o più femmine?
2. Qual è l'anno in cui sono nati più bambini?

Soluzione

1. Nascono più maschi o più femmine? Maschi
2. Qual è l'anno in cui sono nati più bambini? 1993

2.2 Esercizio

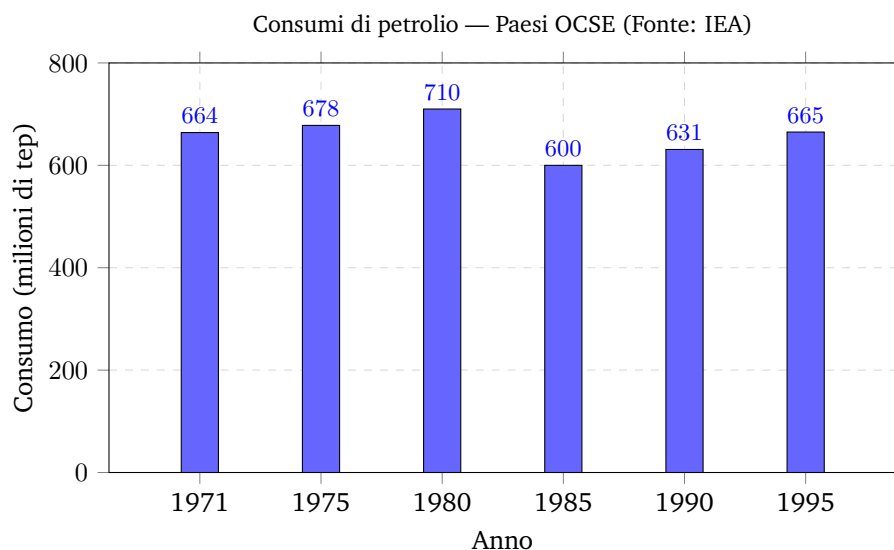
Testo

Organizza in un grafico a barre i consumi di petrolio espressi in milioni di tep per i paesi OCSE (tep = tonnellate equivalenti di petrolio). Fonte IEA.

Tabella 1: Consumi di petrolio nei paesi OCSE (milioni di tep). Fonte: IEA

Anno	1971	1975	1980	1985	1990	1995
Milioni di tep	664	678	710	600	631	665

Soluzione



2.3 Esercizio

Testo

Una classe prima è formata da 10 maschi e da 14 femmine. Rappresenta con un grafico a torta questa situazione.

Soluzione

La classe è composta da 10 maschi e 14 femmine, quindi il totale degli studenti è

$$10 + 14 = 24.$$

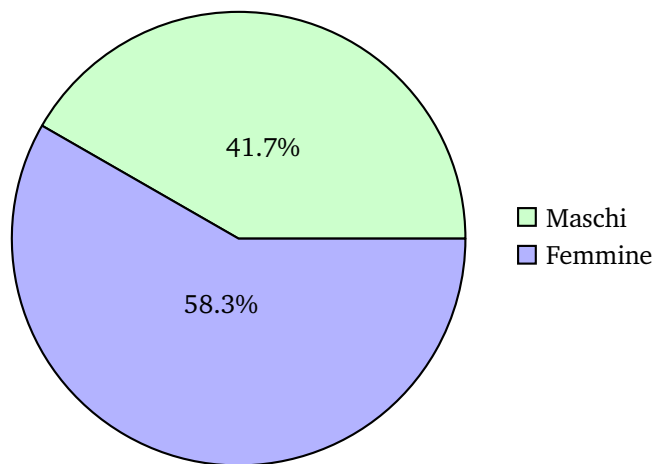
Calcoliamo la percentuale dei maschi:

$$\frac{10}{24} \times 100 = 41.7\%.$$

Calcoliamo la percentuale delle femmine:

$$\frac{14}{24} \times 100 = 58.3\%.$$

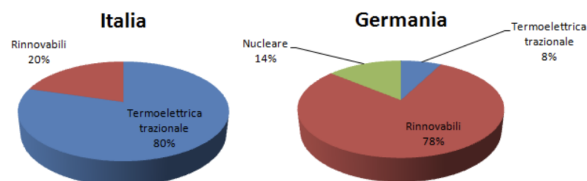
Rappresentiamo queste percentuali con un grafico a torta.



2.4 Esercizio

Testo

I due grafici a torta rappresentano le situazioni al 2004 (fonte Terna ed Eurostat) relative alla produzione di energia elettrica per fonte. Commenta le differenze tra i due paesi basandoti su quanto rappresentato.



2.5 Esercizio

Testo

A un campione di 25 studenti è stata misurata l'altezza in cm, ottenendo i seguenti dati grezzi:

176, 162, 168, 155, 178, 181, 165, 171, 158, 179, 166, 169, 177, 185, 151

173, 164, 160, 175, 188, 167, 159, 174, 161, 179

1. Suddividere i dati nelle seguenti classi di altezza: [150-160), [160-175), [175-180), [180-190].
2. Costruire una tabella che mostri, per ogni classe:

- Frequenza assoluta (n_i)
 - Frequenza relativa (f_i)
 - Ampiezza della classe (a_i)
 - Densità di frequenza (d_i)
3. Disegnare l'istogramma corrispondente utilizzando le densità di frequenza.
 4. Identificare la classe modale.

Soluzione

1. Spoglio dei dati e Frequenze Assolute Contiamo quanti studenti rientrano in ciascuna classe:

- **Classe [150-160):** 155, 158, 151, 159. $\rightarrow n_1 = 4$
- **Classe [160-175):** 162, 168, 165, 171, 166, 169, 173, 164, 160, 167, 161, 174. $\rightarrow n_2 = 12$
- **Classe [175-180):** 176, 178, 179, 177, 175, 179. $\rightarrow n_3 = 6$
- **Classe [180-190]:** 181, 185, 188. $\rightarrow n_4 = 3$

Il totale delle osservazioni è $N = 4 + 12 + 6 + 3 = 25$.

2. Calcolo di Frequenze Relative, Ampiezza e Densità Ora calcoliamo i valori richiesti per la tabella.

- **Frequenza relativa (f_i):** si calcola come $f_i = n_i/N$.
- **Ampiezza della classe (a_i):** è la differenza tra l'estremo superiore e quello inferiore.
- **Densità di frequenza (d_i):** è il rapporto tra la frequenza relativa e l'ampiezza, $d_i = f_i/a_i$. La densità è necessaria per costruire un istogramma corretto quando le classi hanno ampiezze diverse, poiché assicura che l'area di ogni barra sia proporzionale alla frequenza della classe.

Classe (x_i)	Freq. Assoluta (n_i)	Freq. Relativa (f_i)	Ampiezza (a_i)	Densità ($d_i = f_i/a_i$)
[150 – 160)	4	$4/25 = 0.16$	$160 - 150 = 10$	$0.16/10 = 0.016$
[160 – 175)	12	$12/25 = 0.48$	$175 - 160 = 15$	$0.48/15 = 0.032$
[175 – 180)	6	$6/25 = 0.24$	$180 - 175 = 5$	$0.24/5 = \mathbf{0.048}$
[180 – 190]	3	$3/25 = 0.12$	$190 - 180 = 10$	$0.12/10 = 0.012$
Totale	25	1.00	-	-

3. Istogramma delle Frequenze L'istogramma si costruisce ponendo sull'asse delle ascisse le classi di altezza e sull'asse delle ordinate la densità di frequenza.



4. Identificazione della Classe Modale La classe modale è la classe con la **massima densità di frequenza**. Non è necessariamente la classe con la frequenza assoluta più alta.

- La classe [160-175) ha la frequenza assoluta più alta ($n_2 = 12$).
- Tuttavia, la classe [175-180) ha la densità più alta ($d_3 = 0.048$).

Pertanto, la classe modale è [175-180). Questo dimostra perché è cruciale usare la densità per confrontare classi di ampiezza diversa.

2.6 Esercizio

Testo

Dato il seguente insieme di valori numerici, calcolare la media aritmetica[5]:

4, 9, 5, 10, 2

Soluzione

Per calcolare la media aritmetica ($\bar{x}$) di un insieme di n valori, si utilizza la formula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Dove $\sum x_i$ è la somma di tutti i valori e n è il numero totale dei valori[5].

In questo caso, abbiamo $n = 5$ valori.

1. Somma dei valori:

$$4 + 9 + 5 + 10 + 2 = 30$$

2. Divisione per il numero di valori:

$$\bar{x} = \frac{30}{5} = 6$$

La media aritmetica dei valori dati è **6**.

2.7 Esercizio

Testo

Dato il seguente insieme di osservazioni:

$$\{3, 7, 5, 2, 9\}$$

calcola la mediana.

Soluzione.

Per trovare la mediana ordiniamo i dati in ordine crescente:

$$2, 3, 5, 7, 9.$$

Poiché il numero di osservazioni è dispari ($n = 5$), la mediana è l'osservazione centrale, cioè la $(\frac{n+1}{2})$ -esima osservazione:

$$\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3.$$

Quindi la mediana è la terza osservazione nell'ordinamento:

Mediana = 5.

2.8 Esercizio

Testo

Nel secondo quadrimestre, in matematica, Laura ha preso i seguenti voti: 6, $4\frac{1}{2}$, 8, $5\frac{1}{2}$, 6. Quanto vale la media aritmetica dei suoi voti? Riuscirà Laura ad avere la sufficienza (media pari o superiore a 6)?

Soluzione

1. Converti i voti in formato decimale:

$$6, \quad 4.5, \quad 8, \quad 5.5, \quad 6$$

2. Somma dei voti:

$$6 + 4.5 + 8 + 5.5 + 6 = 30$$

3. Numero di voti: 5

4. Calcolo della media:

$$\bar{x} = \frac{30}{5} = 6$$

La media dei voti di Laura è **6**. Sì, riuscirà ad avere la sufficienza.

2.9 Esercizio

Testo

La tabella seguente raccoglie i salari giornalieri di un gruppo di 20 operai. Calcola la media di tali salari.

Salario (€) (x_i)	Frequenza (n. operai) (f_i)
20	10
25	6
30	4

Soluzione

Per calcolare la media ponderata, si usa la formula: $\bar{x} = \frac{\sum(x_i \cdot f_i)}{\sum f_i}$.

1. Calcolo della somma dei prodotti (salario $\times$ frequenza):

$$(20 \cdot 10) + (25 \cdot 6) + (30 \cdot 4) = 200 + 150 + 120 = 470$$

2. Calcolo della somma delle frequenze (totale operai):

$$10 + 6 + 4 = 20$$

3. Calcolo della media ponderata:

$$\bar{x} = \frac{470}{20} = 23.5$$

Il salario medio degli operai è **23,50 €**.

2.10 Esercizio

Testo

La media aritmetica di 5 numeri è 12. Quattro di questi numeri sono 8, 15, 7 e 11. Qual è il quinto numero?

Soluzione

1. **Calcola la somma totale dei 5 numeri.** Dato che la media è 12, la somma totale si ottiene moltiplicando la media per il numero di valori:

$$\text{Somma totale} = \text{Media} \times \text{Numero di valori} = 12 \times 5 = 60$$

2. **Calcola la somma dei 4 numeri noti:**

$$8 + 15 + 7 + 11 = 41$$

3. **Trova il quinto numero.** Sottrai la somma dei numeri noti dalla somma totale:

$$\text{Quinto numero} = 60 - 41 = 19$$

Il quinto numero è **19**.

2.11 Esercizio

Testo

In un istituto superiore, la media dei voti di maturità della classe 5^aA, composta da 30 studenti, è 54. La media della 5^aB, composta da 27 studenti, è 46. Calcola il voto medio di maturità per l'intero gruppo di studenti delle due classi messe insieme.

Soluzione

Bisogna calcolare la media ponderata delle due medie, usando il numero di studenti come peso per ciascuna classe.

1. **Calcola la somma totale dei voti per ogni classe:**

$$\text{Somma voti } 5^aA = \text{Media}_A \times \text{N. studenti}_A = 54 \times 30 = 1620$$

$$\text{Somma voti } 5^aB = \text{Media}_B \times \text{N. studenti}_B = 46 \times 27 = 1242$$

2. **Calcola la somma totale dei voti e il numero totale di studenti:**

$$\text{Somma voti totale} = 1620 + 1242 = 2862$$

$$\text{N. studenti totale} = 30 + 27 = 57$$

3. Calcola la media complessiva:

$$\bar{x}_{\text{totale}} = \frac{\text{Somma voti totale}}{\text{N. studenti totale}} = \frac{2862}{57} \approx 50.21$$

Il voto medio per l'intero gruppo di studenti è circa **50,21**.