

# Esercizio

Data la seguente tabella di contingenza per i caratteri  
Y = 'numero di componenti in famiglia'  
X = 'numero di cellulari in famiglia'

|   | Y  |    |    |
|---|----|----|----|
| X | 1  | 2  | 4  |
| 2 | 20 | 0  | 20 |
| 3 | 0  | 40 | 0  |
| 5 | 40 | 20 | 20 |
| 6 | 0  | 0  | 40 |

X e Y sono indipendenti?

|   | Y  |    |    |
|---|----|----|----|
| X | 1  | 2  | 4  |
| 2 | 20 | 0  | 20 |
| 3 | 0  | 40 | 0  |
| 5 | 40 | 20 | 20 |
| 6 | 0  | 0  | 40 |

NO! Le frequenze congiunte non sono uguali al prodotto delle marginali!  
Ci sono molte frequenze nulle

# Esercizio

Data la seguente tabella di contingenza per i caratteri  
Y = 'numero di componenti in famiglia'  
X = 'numero di cellulari in famiglia'

|   | Y  |    |    |
|---|----|----|----|
| X | 1  | 2  | 4  |
| 2 | 20 | 0  | 20 |
| 3 | 0  | 40 | 0  |
| 5 | 40 | 20 | 20 |
| 6 | 0  | 0  | 40 |

Calcolare media di X e media di Y

ESSENZIALE: ricavare frequenze marginali

|   | Y  |    |    |
|---|----|----|----|
| X | 1  | 2  | 4  |
| 2 | 20 | 0  | 20 |
| 3 | 0  | 40 | 0  |
| 5 | 40 | 20 | 20 |
| 6 | 0  | 0  | 40 |

## Distribuzione marginale di X

|   | Y  |    |    |                |
|---|----|----|----|----------------|
| X | 1  | 2  | 4  | Totali di riga |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             |
|   |    |    |    | 200            |

# Distribuzione marginale di X

|   | Y  |    |    |                |
|---|----|----|----|----------------|
| X | 1  | 2  | 4  | Totali di riga |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             |
|   |    |    |    | 200            |

| $X$ | $n_i$     | $x^*_i \times n_i$ |
|-----|-----------|--------------------|
| 2   | 40        | 80                 |
| 3   | 40        | 120                |
| 5   | 80        | 400                |
| 6   | 40        | 240                |
|     | 200       | 840                |
|     | $\bar{x}$ | 4.2                |

## Distribuzione marginale di Y

|                   | Y  |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|-----|
| X                 | 1  | 2  | 4  |     |
| 2                 | 20 | 0  | 20 |     |
| 3                 | 0  | 40 | 0  |     |
| 5                 | 40 | 20 | 20 |     |
| 6                 | 0  | 0  | 40 |     |
| Totali<br>colonna | 60 | 60 | 80 | 200 |

# Distribuzione marginale di Y

|                   | Y  |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|-----|
| X                 | 1  | 2  | 4  |     |
| 2                 | 20 | 0  | 20 |     |
| 3                 | 0  | 40 | 0  |     |
| 5                 | 40 | 20 | 20 |     |
| 6                 | 0  | 0  | 40 |     |
| Totali<br>colonna | 60 | 60 | 80 | 200 |

|              |                |                    |
|--------------|----------------|--------------------|
|              |                |                    |
| <b>Y</b>     | $n_j$          | $y_i^* \times n_i$ |
| <b>1</b>     | 60             | 60                 |
| <b>2</b>     | 60             | 120                |
| <b>4</b>     | 80             | 320                |
| <b>Somma</b> | 200            | 500                |
| <b>Media</b> | $\overline{y}$ | 2.5                |

|   | Y          |            |            |
|---|------------|------------|------------|
| X | 1          | 2          | 4          |
| 2 | 1x2x<br>20 | 2x2x<br>0  | 2x4x<br>20 |
| 3 | 1x3x<br>0  | 2x3x<br>40 | 3x4x<br>0  |
| 5 | 1x5x<br>40 | 2x5x<br>20 | 5x4x<br>20 |
| 6 | 6x1x<br>0  | 6x2x<br>0  | 6x4x<br>40 |

Media dei prodotti

|   | Y  |     |     |
|---|----|-----|-----|
| X | 1  | 2   | 4   |
|   | 2x | 4x  | 8x  |
| 2 | 20 | 0   | 20  |
|   | 3x | 6x  | 12x |
| 3 | 0  | 40  | 0   |
|   | 5x | 10x | 20x |
| 5 | 40 | 20  | 20  |
|   | 6x | 12x | 24x |
| 6 | 0  | 0   | 40  |

|   | Y   |     |       |      |
|---|-----|-----|-------|------|
| X | 1   | 2   | 4     |      |
| 2 | 40  | 0   | 160   |      |
| 3 | 0   | 240 | 0     |      |
| 5 | 200 | 200 | 400   |      |
| 6 | 0   | 0   | 960   |      |
|   |     |     | somma | 2200 |

Media dei prodotti  $2200/200=11$

Covarianza  $11-10.5=0.5$

|       |                       |                    |
|-------|-----------------------|--------------------|
|       |                       |                    |
| $x^2$ | $N_i$                 | $x^*_i \times n_i$ |
| 4     | 40                    | 160                |
| 9     | 40                    | 360                |
| 25    | 80                    | 2000               |
| 36    | 40                    | 1440               |
|       | 200                   | 3960               |
|       | Media dei<br>quadrati | 19.8               |

$$\text{Varianza} = 19.8 - 4.2 \times 4.2 = 2.16$$

|                      |                          |                                     |
|----------------------|--------------------------|-------------------------------------|
|                      |                          |                                     |
| <b>Y<sup>2</sup></b> | <b>n<sub>j</sub></b>     | <b>y*<sub>i</sub>×n<sub>i</sub></b> |
| <b>1</b>             | 60                       | 60                                  |
| <b>4</b>             | 60                       | 240                                 |
| <b>16</b>            | 80                       | 1280                                |
| <b>Somma</b>         | 200                      | 1580                                |
| <b>Media</b>         | Media<br>dei<br>quadrati | 7.9                                 |

Varianza =7.9-2.5\*2.5=1.65

|   | Y   |     |       |      |
|---|-----|-----|-------|------|
| X | 1   | 2   | 4     |      |
| 2 | 40  | 0   | 160   |      |
| 3 | 0   | 240 | 0     |      |
| 5 | 200 | 200 | 400   |      |
| 6 | 0   | 0   | 960   |      |
|   |     |     | somma | 2200 |

Covarianza  $11 - 10.5 = 0.5$

Correlazione = 0.24

Distribuzione di Y condizionata a X=2

|   | Y  |    |    | Totali<br>riga |       |       |                        |
|---|----|----|----|----------------|-------|-------|------------------------|
| X | 1  | 2  | 4  |                | Y X=2 | $n_j$ | $y^*_j \times n_{j i}$ |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             | 1     |       |                        |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             | 2     |       |                        |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             | 4     |       |                        |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             | Somma |       |                        |
|   |    |    |    | 200            | Media |       |                        |

## Distribuzione di Y condizionata a X=2

|   | Y  |    |    | Totali<br>riga |
|---|----|----|----|----------------|
| X | 1  | 2  | 4  |                |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             |
|   |    |    |    | 200            |

| Y X=2 | N <sub>j</sub> | y* <sub>j</sub> × n <sub>j i</sub> |
|-------|----------------|------------------------------------|
| 1     | 20             | 20                                 |
| 2     | 0              | 0                                  |
| 4     | 20             | 80                                 |
| Somma | 40             | 100                                |
| Media |                | 2.5                                |

$$\bar{y} |_{X=2} = 2.5$$

Distribuzione di Y condizionata a X=3

|   | Y  |    |    | Totali<br>riga |       |       |                        |
|---|----|----|----|----------------|-------|-------|------------------------|
| X | 1  | 2  | 4  |                | Y X=2 | $n_j$ | $y^*_j \times n_{j i}$ |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             | 1     |       |                        |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             | 2     |       |                        |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             | 4     |       |                        |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             | Somma |       |                        |
|   |    |    |    | 200            | Media |       |                        |

## Distribuzione di Y condizionata a X=3

|   | Y  |    |    | Totali<br>riga |
|---|----|----|----|----------------|
| X | 1  | 2  | 4  |                |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             |
|   |    |    |    | 200            |

| Y X=2 | N <sub>j</sub> | y* <sub>j</sub> × n <sub>j i</sub> |
|-------|----------------|------------------------------------|
| 1     | 0              | 0                                  |
| 2     | 40             | 80                                 |
| 4     | 0              | 0                                  |
| Somma | 40             | 80                                 |
| Media |                | 2                                  |

$$\bar{y} |_{X=3} = 2$$

Distribuzione di Y condizionata a X=5

|   | Y  |    |    | Totali<br>riga |       |       |                        |
|---|----|----|----|----------------|-------|-------|------------------------|
| X | 1  | 2  | 4  |                | Y X=2 | $n_j$ | $y^*_j \times n_{j i}$ |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             | 1     |       |                        |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             | 2     |       |                        |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             | 4     |       |                        |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             | Somma |       |                        |
|   |    |    |    | 200            | Media |       |                        |

## Distribuzione di Y condizionata a X=5

|   | Y  |    |    | Totali<br>riga |
|---|----|----|----|----------------|
| X | 1  | 2  | 4  |                |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             |
|   |    |    |    | 200            |

| Y X=2 | N <sub>j</sub> | y* <sub>j</sub> × n <sub>j i</sub> |
|-------|----------------|------------------------------------|
| 1     | 40             | 40                                 |
| 2     | 20             | 40                                 |
| 4     | 20             | 80                                 |
| Somma | 80             | 160                                |
| Media |                | 2                                  |

$$\bar{y} |_{X=5} = 2$$

Distribuzione di Y condizionata a X=6

|   | Y  |    |    | Totali<br>riga |       |       |                        |
|---|----|----|----|----------------|-------|-------|------------------------|
| X | 1  | 2  | 4  |                | Y X=2 | $n_j$ | $y_j^* \times n_{j i}$ |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             | 1     |       |                        |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             | 2     |       |                        |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             | 4     |       |                        |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             | Somma |       |                        |
|   |    |    |    | 200            | Media |       |                        |

## Distribuzione di Y condizionata a X=6

|   | Y  |    |    | Totali<br>riga |
|---|----|----|----|----------------|
| X | 1  | 2  | 4  |                |
| 2 | 20 | 0  | 20 | 40             |
| 3 | 0  | 40 | 0  | 40             |
| 5 | 40 | 20 | 20 | 80             |
| 6 | 0  | 0  | 40 | 40             |
|   |    |    |    | 200            |

| Y X=2 | N <sub>j</sub> | y* <sub>j</sub> × n <sub>j i</sub> |
|-------|----------------|------------------------------------|
| 1     | 0              | 0                                  |
| 2     | 0              | 0                                  |
| 4     | 40             | 160                                |
| Somma | 40             | 160                                |
| Media |                | 4                                  |

$$\bar{y} |_{X=6} = 2$$

## DIPENDENZA IN MEDIA

$$\bar{y} = 2.5$$

$$\bar{y} |_{X=2} = 2.5$$

$$\bar{y} |_{X=3} = 2$$

$$\bar{y} |_{X=5} = 2$$

$$\bar{y} |_{X=6} = 4$$

Distribuzione di X condizionata a Y=1

|                   | Y  |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|-----|
| X                 | 1  | 2  | 4  |     |
| 2                 | 20 | 0  | 20 |     |
| 3                 | 0  | 40 | 0  |     |
| 5                 | 40 | 20 | 20 |     |
| 6                 | 0  | 0  | 40 |     |
| Totali<br>colonna | 60 | 60 | 80 | 200 |

| X Y=1 | $n_j$ | $x_i^* \times n_{ij}$ |
|-------|-------|-----------------------|
| 2     |       |                       |
| 3     |       |                       |
| 5     |       |                       |
| 6     |       |                       |
| Somma |       |                       |
| Media |       |                       |

## Distribuzione di X condizionata a Y=1

|                   | Y  |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|-----|
| X                 | 1  | 2  | 4  |     |
| 2                 | 20 | 0  | 20 |     |
| 3                 | 0  | 40 | 0  |     |
| 5                 | 40 | 20 | 20 |     |
| 6                 | 0  | 0  | 40 |     |
| Totali<br>colonna | 60 | 60 | 80 | 200 |

| X Y=1 | $n_j$ | $x^*_i \times n_{ij}$ |
|-------|-------|-----------------------|
| 2     | 20    | 40                    |
| 3     | 0     | 0                     |
| 5     | 40    | 200                   |
| 6     | 0     | 0                     |
| Somma | 60    | 240                   |
| Media |       | 4                     |

$$\bar{x}_{Y=1} = 4$$

Distribuzione di X condizionata a Y=2

|                   | Y  |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|-----|
| X                 | 1  | 2  | 4  |     |
| 2                 | 20 | 0  | 20 |     |
| 3                 | 0  | 40 | 0  |     |
| 5                 | 40 | 20 | 20 |     |
| 6                 | 0  | 0  | 40 |     |
| Totali<br>colonna | 60 | 60 | 80 | 200 |

| X Y=1 | $n_j$ | $x_i^* \times n_{ij}$ |
|-------|-------|-----------------------|
| 2     |       |                       |
| 3     |       |                       |
| 5     |       |                       |
| 6     |       |                       |
| Somma |       |                       |
| Media |       |                       |

## Distribuzione di X condizionata a Y=2

|                   | Y  |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|-----|
| X                 | 1  | 2  | 4  |     |
| 2                 | 20 | 0  | 20 |     |
| 3                 | 0  | 40 | 0  |     |
| 5                 | 40 | 20 | 20 |     |
| 6                 | 0  | 0  | 40 |     |
| Totali<br>colonna | 60 | 60 | 80 | 200 |

| X Y=1 | $n_j$ | $x^*_i \times n_{ij}$ |
|-------|-------|-----------------------|
| 2     | 0     | 0                     |
| 3     | 40    | 120                   |
| 5     | 20    | 100                   |
| 6     | 0     | 0                     |
| Somma | 60    | 220                   |
| Media |       | 3.667                 |

$$\bar{x}_{Y=2} = 3.667$$

Distribuzione di X condizionata a Y=4

|                   | Y  |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|-----|
| X                 | 1  | 2  | 4  |     |
| 2                 | 20 | 0  | 20 |     |
| 3                 | 0  | 40 | 0  |     |
| 5                 | 40 | 20 | 20 |     |
| 6                 | 0  | 0  | 40 |     |
| Totali<br>colonna | 60 | 60 | 80 | 200 |

| X Y=1 | $n_j$ | $x_i^* \times n_{ij}$ |
|-------|-------|-----------------------|
| 2     |       |                       |
| 3     |       |                       |
| 5     |       |                       |
| 6     |       |                       |
| Somma |       |                       |
| Media |       |                       |

## Distribuzione di X condizionata a Y=4

|                   | Y  |    |    |     |
|-------------------|----|----|----|-----|
| X                 | 1  | 2  | 4  |     |
| 2                 | 20 | 0  | 20 |     |
| 3                 | 0  | 40 | 0  |     |
| 5                 | 40 | 20 | 20 |     |
| 6                 | 0  | 0  | 40 |     |
| Totali<br>colonna | 60 | 60 | 80 | 200 |

| X Y=1 | n <sub>j</sub> | x* <sub>i</sub> × n <sub>ij</sub> |
|-------|----------------|-----------------------------------|
| 2     | 20             | 40                                |
| 3     | 0              | 0                                 |
| 5     | 20             | 100                               |
| 6     | 40             | 240                               |
| Somma | 80             | 380                               |
| Media |                | 4.75                              |

$$\bar{x}_{Y=4} = 4.75$$

## DIPENDENZA IN MEDIA

$$\bar{x} = 4.2$$

$$\bar{x}_{Y=1} = 4$$

$$\bar{x}_{Y=2} = 3.667$$

$$\bar{x}_{Y=4} = 4.75$$