

Esercizio 1

Una grande società che possiede una catena di negozi situati in diverse città italiane vuole valutare l'impatto avuto da un investimento in pubblicità su quotidiani locali e attraverso volantini fatto nel mese di settembre. A tal fine seleziona un campione casuale di 20 negozi, situati in città simili per dimensione demografica e per altre caratteristiche che possono influenzare il comportamento d'acquisto. Per ciascun negozio vengono rilevati: investimento in pubblicità (X) e volume delle vendite (Y) fra il 20 settembre e il 30 novembre

		X	Y	X ²	y ²	xy
	1	1	11	1	121	11
	2	1	8,6	1	73,96	8,6
	3	2	10,5	4	110,25	21
	4	2,1	12	4,41	144	25,2
	5	2,2	12,8	4,84	163,84	28,16
	6	2,9	14,7	8,41	216,09	42,63
	7	3	13,5	9	182,25	40,5
	8	3	14	9	196	42
	9	3	12,7	9	161,29	38,1
	10	3,1	16,4	9,61	268,96	50,84
	11	3,2	15,8	10,24	249,64	50,56
	12	3,9	16,9	15,21	285,61	65,91
	13	4	16,3	16	265,69	65,2
	14	4	15,9	16	252,81	63,6
	15	4	16,45	16	270,6025	65,8
	16	4,3	17,8	18,49	316,84	76,54
	17	5	18,2	25	331,24	91
	18	5,2	20	27,04	400	104
	19	5,2	20,1	27,04	404,01	104,52
	20	6	20	36	400	120
totale		68,1	303,65	267,29	4814,083	1115,16
media		3,405	15,1825	13,365	240,7041	55,758

- a) Valutare graficamente il legame tra X e Y
- b) Quantificare la dipendenza lineare attraverso il coefficiente di correlazione lineare.
- c) Stimare i parametri β_0 e β_1 con gli stimatori dei Minimi Quadrati.
- d) Sulla base dei risultati ottenuti, formulare una valutazione riguardo il volume delle vendite che ci si aspetta di ottenere in corrispondenza di un investimento in pubblicità pari a 4500€, e dell'investimento in pubblicità che sarebbe stato necessario per ottenere un volume delle vendite pari a circa 10000€
- e) Rappresentare graficamente la retta stimata
- f) Calcolare la somma dei residui
- g) Stimare la varianza degli errori
- h) Ipotizzando che gli errori abbiano distribuzione Gaussiana, calcolare gli intervalli di confidenza al 95% per β_0 e β_1

Esercizio 2

Con riferimento ad un collettivo di 30 famiglie sulle quali sono state rilevate le variabili: spesa per consumi (Y in migliaia di €) e reddito (X in migliaia di €) ed è stato trovato:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 75 \quad \sum_{i=1}^n y_i = 60 \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 247.5$$

$$\sum_{i=1}^n y_i^2 = 390 \quad \sum_{i=1}^n x_i y_i = 189$$

- calcolare i parametri della retta di regressione della spesa (Y) sul reddito (X) e spiegarne il significato;

- calcolare un opportuno indice di bontà di adattamento del modello ai dati e commentare il risultato;

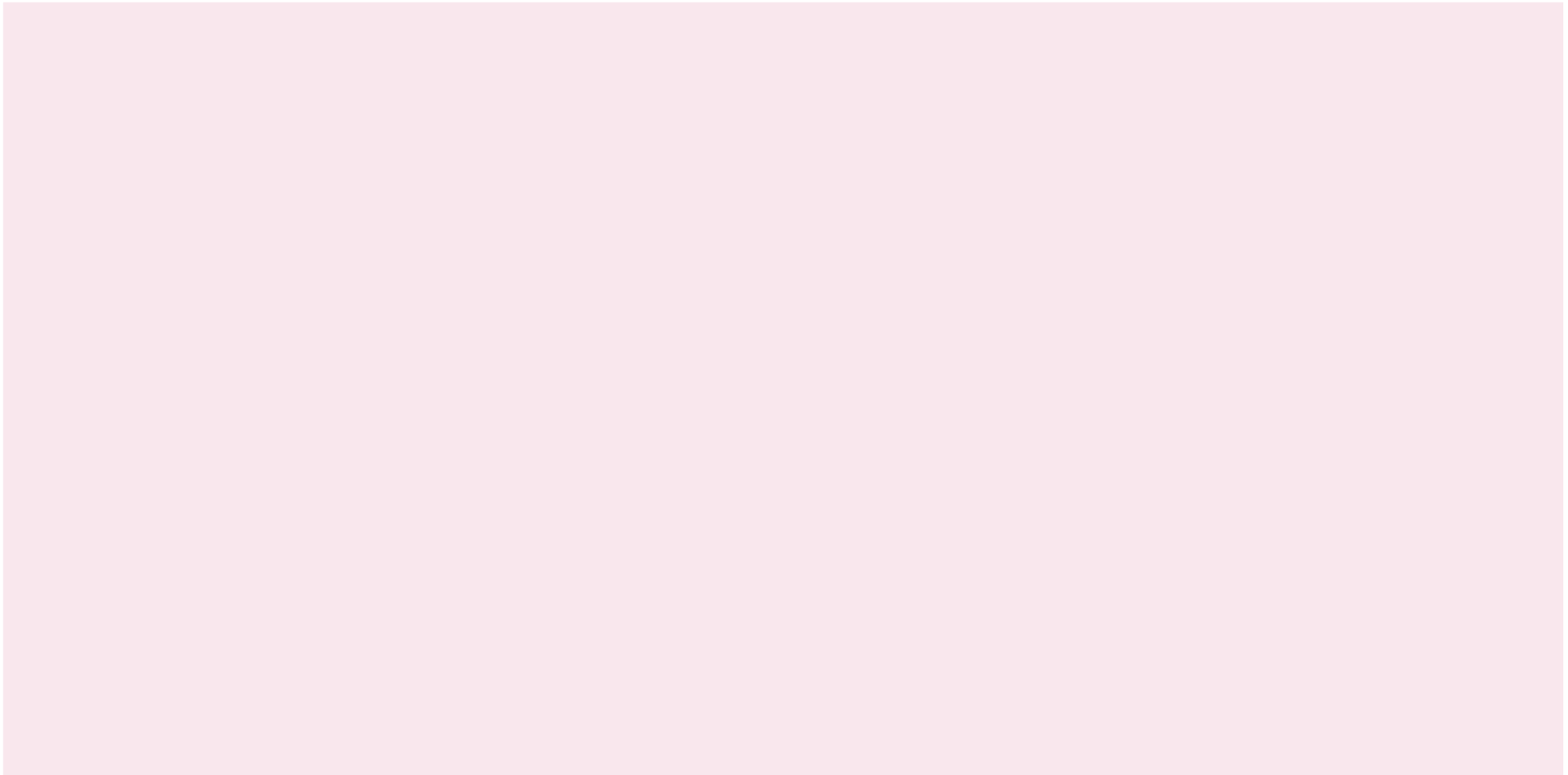
- secondo il modello, qual è la spesa di una famiglia con reddito pari a 2?

Esercizio 3

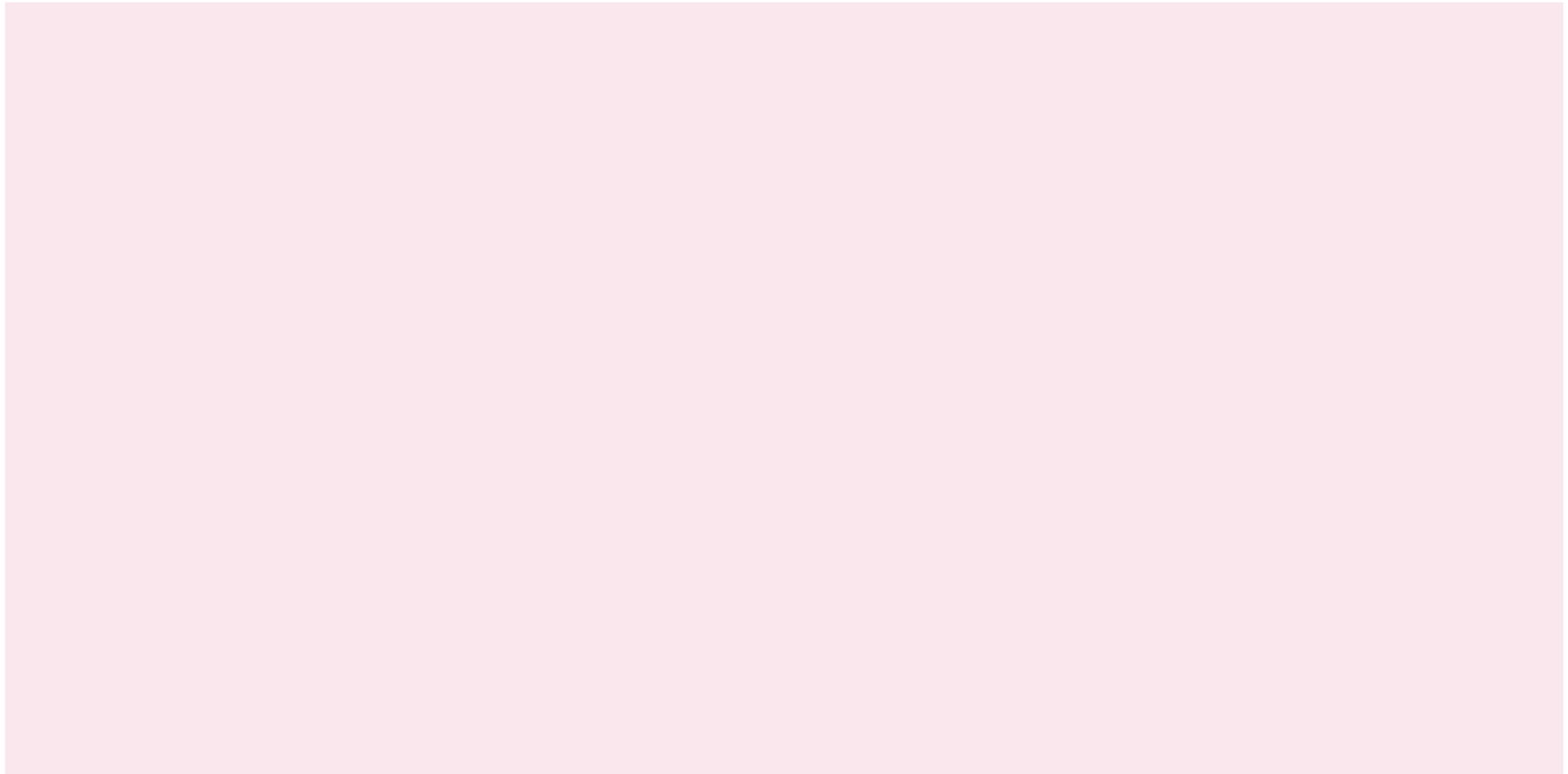
Per cinque laureati alla Facoltà di Economia si sono osservati gli anni trascorsi dalla Laurea (X) e il reddito annuale lordo (Y) misurato in euro. I risultati sono riassunti dalla seguente tabella:

Ex- Studente	A	B	C	D	E
X	2	10	5	7	6
Y	5	30	15	25	15

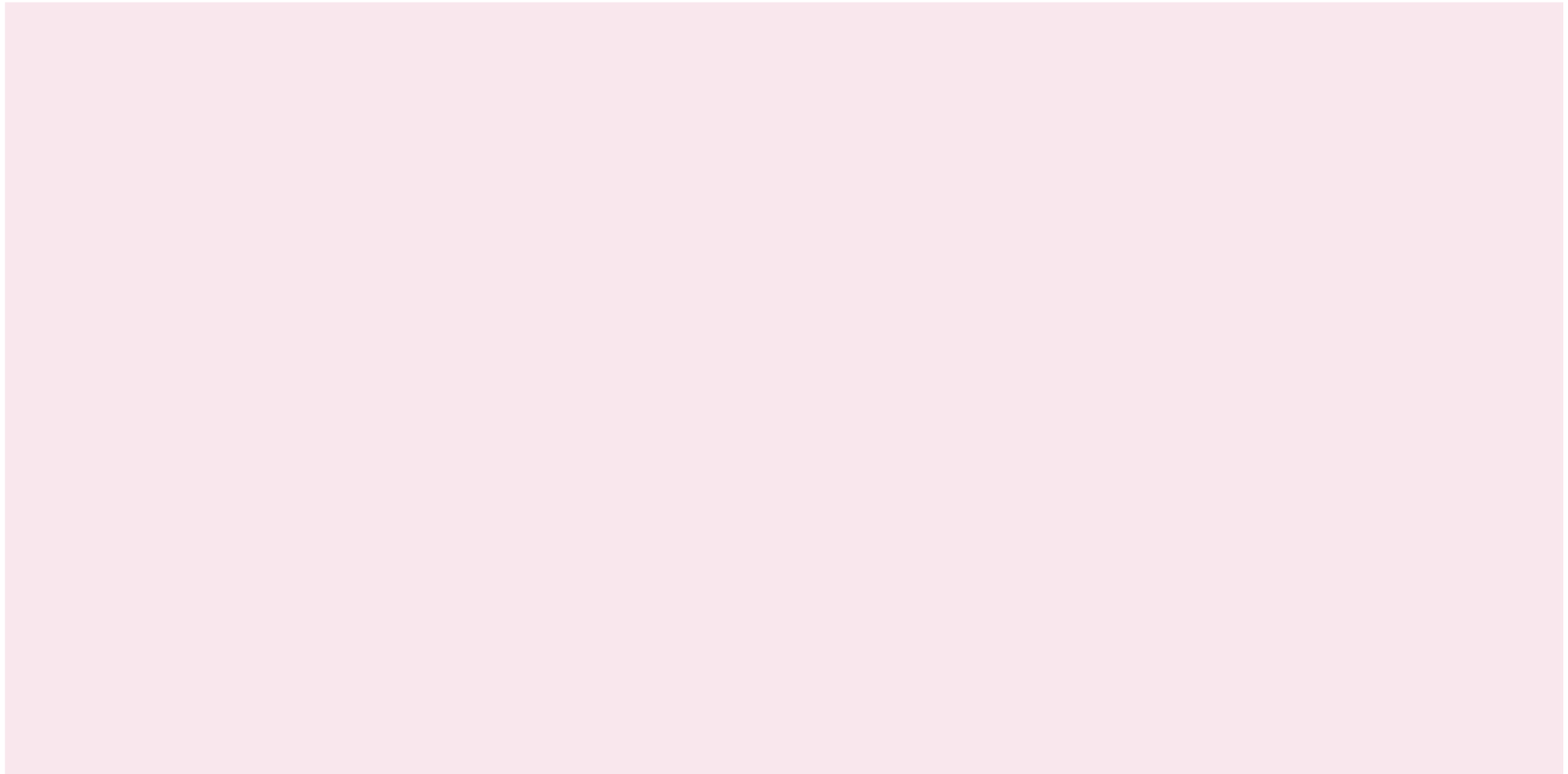
a) disegnare il grafico della nuvola dei punti e la retta dei minimi quadrati;



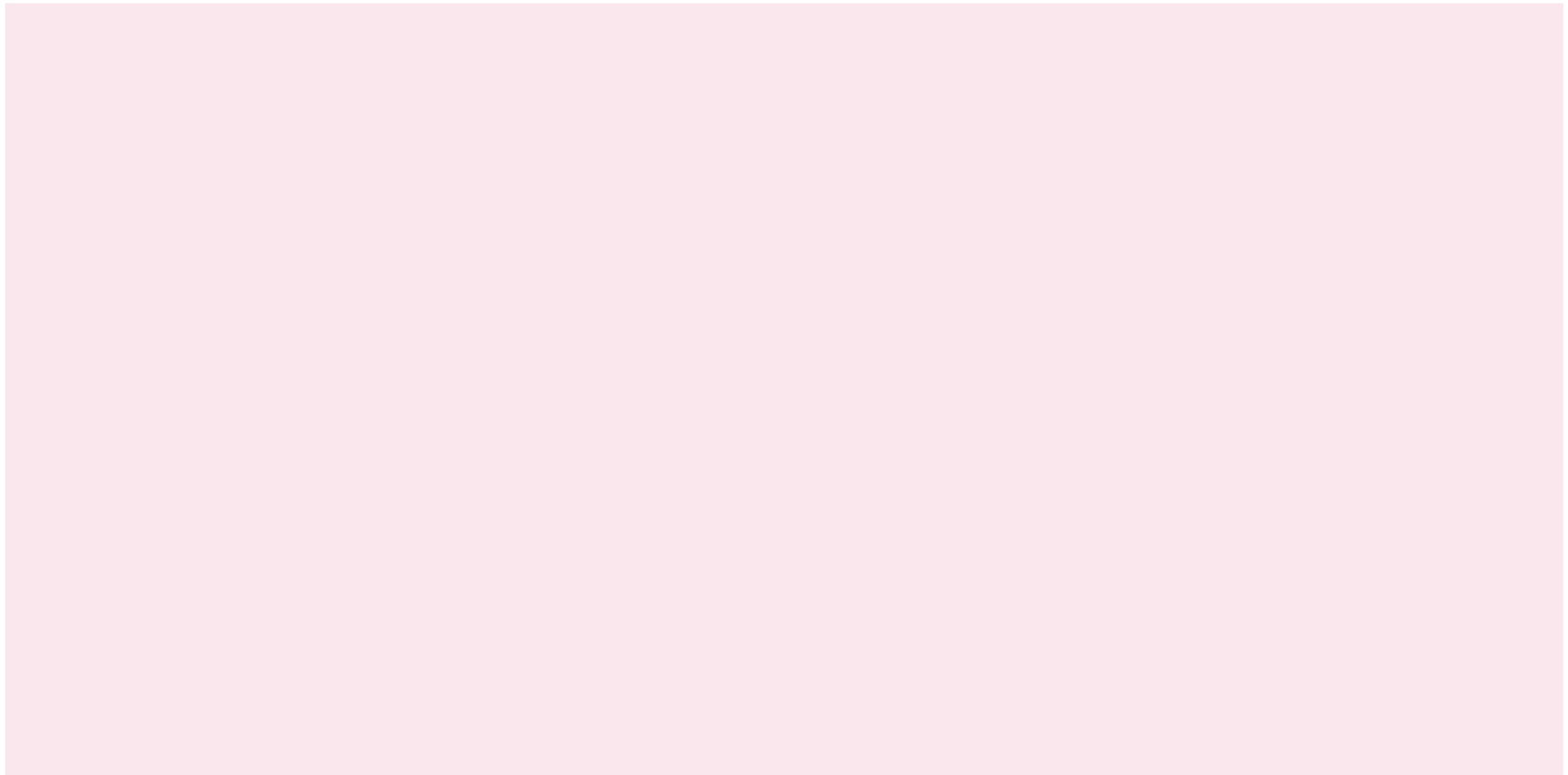
a) Calcolare i parametri della retta di regressione del reddito annuale lordo Y sugli anni dalla laurea (X) e commentare i risultati.



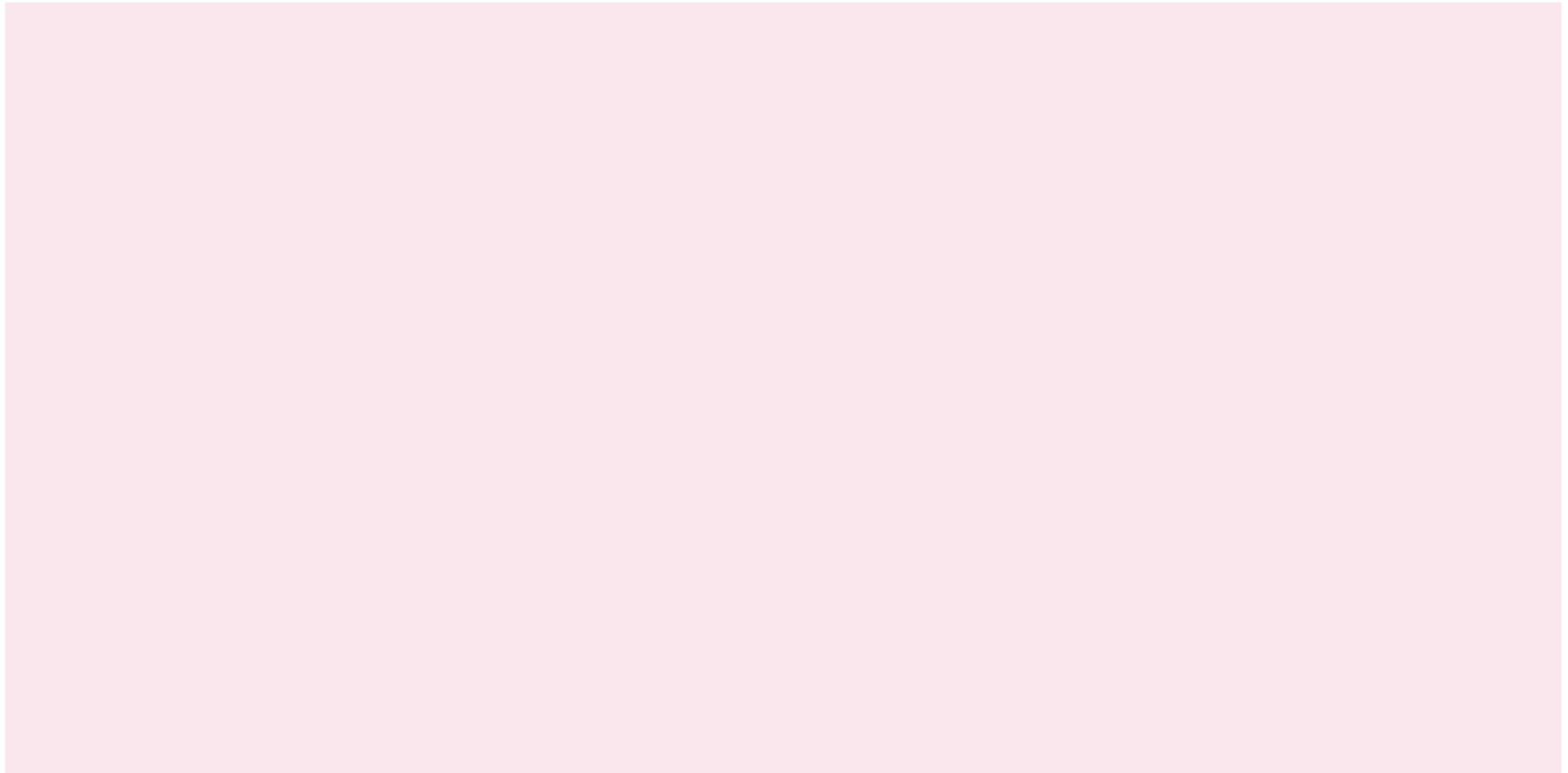
b) Calcolare i parametri della retta di regressione del reddito annuale lordo Y sugli anni dalla laurea (X) e commentare i risultati.



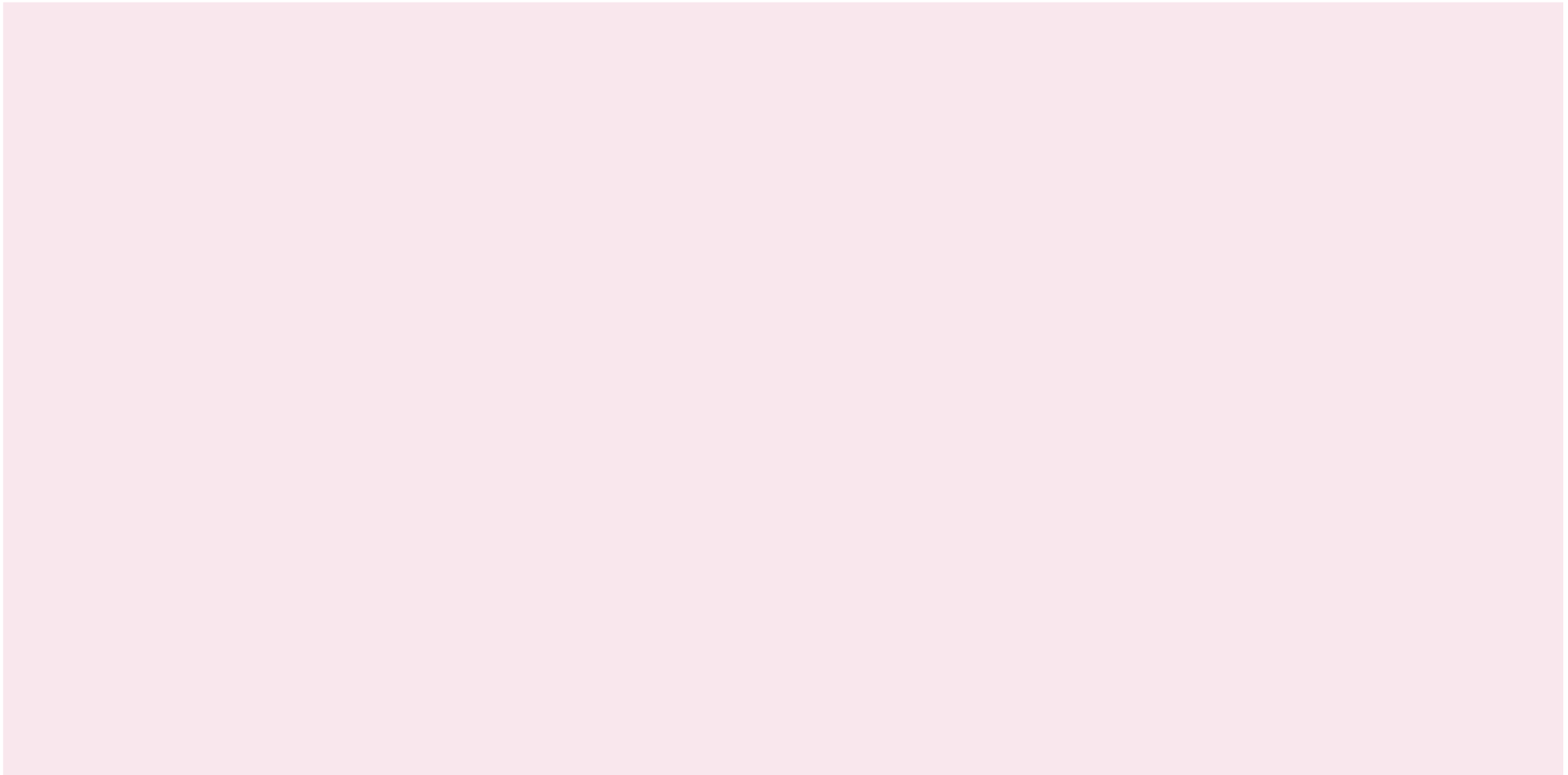
c) Si calcoli il coefficiente di determinazione R^2



d) Quale vi aspettate che sia il reddito annuale lordo di una studente a 8 anni dalla laurea



e) Valutare la somma dei residui e la somma dei residui al quadrato



Esercizio 3 In uno studio sul consumo, sono stati rilevati la spesa mensile in generi alimentari e il reddito mensile di 24 famiglie. Indicando con X il reddito e con Y la spesa, sono stati ottenuti i valori seguenti per le variabili espresse in migliaia di euro:

$$\sum_{i=1}^{24} x_i = 42.8; \quad \sum_{i=1}^{24} y_i = 12.4; \quad \sum_{i=1}^{24} x_i^2 = 81.5; \quad \sum_{i=1}^{24} y_i^2 = 6.72, \quad \sum_{i=1}^{24} x_i y_i = 23.27$$

- a) Stimare la retta di regressione $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$
- b) Qual è la variazione stimata del valore atteso di Y se X aumenta di un'unità?
Se una famiglia non avesse reddito, quale sarebbe il valore atteso di y_i stimato?
- c) Stimare la varianza degli errori
- d) Calcolare l'indice di determinazione
- e) Assumendo che $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$, sottoporre a test l'ipotesi nulla $\beta = 0$ al livello di significatività del 5%

3. Sono stati intervistati 250 studenti ammessi al Corso di Laurea in Medicina ed è stato chiesto il punteggio ottenuto al test di entrata (Y) e il voto all'eame di Maturità (X) e sono stati ottenuti i seguenti risultati:

$$\sum_{i=1}^{250} x_i = 20850 \quad \sum_{i=1}^{250} y_i = 15250 \quad \sum_{i=1}^{250} x_i^2 = 1918750 \quad \sum_{i=1}^{250} y_i^2 = 979950 \quad \sum_{i=1}^{250} x_i y_i = 1320000$$

- (a) Calcolare i parametri della retta di regressione del punteggio ottenuto al test di ingresso (Y) sul voto di maturità (X) e spiegarne il significato (**2 punti**).
- (b) Si calcoli il coefficiente di determinazione (**2 punti**).
- (c) Valutare la somma dei residui (**1 punto**).
- (d) Valutare la somma dei residui al quadrato (**1 punto**).
- (e) Secondo il modello, qual è il punteggio atteso per uno studente che ha concluso il Liceo con un voto uguale a 70 alla Maturità? (**1 punto**)
- (f) E' possibile indicare quale dei due caratteri presenta maggiore variabilità? (**1 punto**)