

Simulazione di prova scritta - 2025

Cognome Nome

Selezionare tutte e sole le risposte corrette. Ogni risposta corretta vale tre punti, per un totale di trentasei punti. Selezionare una risposta sbagliata da luogo a una penalizzazione di un punto. Tempo un'ora e trenta minuti. Se si raggiunge una votazione allo scritto di 24 o superiore, si può accedere a voti finali maggiori solo affrontando la prova orale, altrimenti il voto finale è 24. Se il voto dello scritto è inferiore a 24, si può solo accettare o rifiutare come voto finale il voto dello scritto.

Non sono ammessi appunti, libri, formulari e nessun altro materiale. Non è ammesso l'utilizzo di dispositivi elettronici (smartphone, smartwatch, calcolatrice). Questi dispositivi devono essere tenuti capovolti sul banco e devono rimanere spenti durante l'esame. Trasgredire a questa regola comporta l'annullamento dell'esame.

Esercizio 1 (tre punti)

Calcolare

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2 (tre punti)

Calcolare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log(x) + 1, & x \geq 1 \\ \alpha^2 - x, & x < 1 \end{cases}$$

è continua in $x = 1$.

Esercizio 3 (tre punti)

La successione

$$a_n = \frac{3^n + 7}{2^n - 14} \cdot \frac{1000\sqrt{n}}{n}$$

- ☐ converge
- ☐ diverge
- ☐ è indeterminata

Esercizio 4 (tre punti)

Il limite

$$\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$$

vale

- ☐ $1/2$
- ☐ $e^2/2$
- ☐ $(e - 1)/3$

Esercizio 5 (tre punti)Data la funzione $f(x, y) = x^2 - 3xy + y^2 - 3x + 6y$, calcolarne gradiente e punto stazionario.**Esercizio 6** (tre punti)

Relativamente all'esercizio precedente, specificare se il punto stazionario individuato sia

- ☐ p.to di massimo relativo.
- ☐ p.to di minimo relativo.
- ☐ p.to di sella.
- ☐ nessuno dei precedenti.

Esercizio 7 (tre punti)

Stabilire se esistono dei valori di $k \in \mathbb{R}$ per i quali il seguente sistema non ammette un'unica soluzione:

$$\begin{cases} kx + z = 0 \\ x + ky - z = 2 \\ x + z = -1 \end{cases}$$

Esercizio 8 (tre punti ogni risposta)

Consideriamo la funzione $f(x) = x\sqrt{x-1}$

(a) Quali dei seguenti insiemi è il dominio D di f :

- ☐ $[-1, 1];$
- ☐ $[1, +\infty);$
- ☐ $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty).$

] (b) La funzione assume valori non negativi

- ☐ $\forall x \in \mathbb{R};$
- ☐ per $x = -2;$
- ☐ $\forall x \in D.$

(c) Il limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

- ☐ vale $-\infty$
- ☐ vale $+\infty$
- ☐ non ha senso calcolarlo

(d) La derivata di f é:

- ☐ $f'(x) = \frac{3/2 \cdot x - 1}{\sqrt{x-1}}$
- ☐ $f'(x) = \frac{3/2 \cdot x}{\sqrt{x^2-1}}$
- ☐ $f'(x) = \frac{1 - 3/2 \cdot x}{\sqrt{1-x}}$

(e) Selezionare l'affermazione riguardo i punti stazionari

- ☐ la funzione ammette 1 punto stazionario dove assume un massimo
- ☐ la funzione ammette 1 punto stazionario dove assume un minimo
- ☐ la funzione non ammette punti stazionari ammissibili