

Matematica Generale - IV canale
Prova di Autovalutazione del 27/11/2006

I) Tracciare qualitativamente i grafici delle funzioni

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \exp\left(\frac{1-x^2}{x^2}\right), \quad f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \log\left(\frac{x^2-x}{1-x^2}\right), \quad f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x-1}}.$$

II) Determinare il dominio ed il segno della funzione:

$$f(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \log\left(\frac{2x^2-3y^2-1}{x^2-y^2}\right).$$

III) Determinare i punti di massimo e di minimo liberi per la funzione

$$f(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} x^2 + 5y^2 + y$$

e quelli vincolati sotto le differenti condizioni

$$x^2 + 2y^2 = 1, \quad y - x^2 = 2.$$

IV) La funzione d'utilità di un consumatore rispetto all'acquisizione di un paniere di due beni di consumo $x \equiv (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2$, rappresentando x_k la quantità del k -esimo bene contenuta nel paniere, $k = 1, 2$, rispetto ad una unità di misura stabilita, è data da

$$u(x_1, x_2) \stackrel{\text{def}}{=} \log\left((x_1-3)^{2/3}(x_2-5)^{1/3}\right)$$

Assumiamo che i due beni abbiano rispettivamente prezzi unitari di 2 e 6 euro e che il consumatore possa investire solo una quota di al più 100 euro del suo reddito mensile nell'acquisto di un tale paniere di beni. Risolvere il problema di ottimizzazione del consumatore.