

Matematica Generale - IV canale
Prova di Autovalutazione del 19/12/2006

I) Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\log(3)} e^{e^x+x} dx$$

e gli integrali indefiniti

$$\int \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} dx, \quad \int x \log \left(\frac{x-2}{x^2-2x} \right) dx.$$

II) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{\frac{1}{n}} + e^{-\frac{1}{n}} - 2 \right).$$

III) Determinare i sottoinsiemi di \mathbb{R} dove convergono le serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (e^x - 1)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{(n-1)!}.$$

IV) Risolvere al variare del parametro α il sistema lineare

$$\begin{cases} (\alpha+1)x + (\alpha+3)y = 0 \\ \alpha x + (\alpha+1)y - z = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

1) Quale delle seguenti affermazioni è vera.

- a) $x^2 + 1 = 0$ ha soluzioni $x = 1, x = -1$;
- b) $x^2 + 1 = 0$ ha soluzione $x = -1$;
- c) $x^2 + 1 = 0$ non ha soluzioni.

2) Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $b \neq 0$, quale delle seguenti affermazioni è corretta

- a) $\frac{ab+c}{b} = a + \frac{c}{b}$;
- b) $\frac{ab+c}{b} = a + c$;
- c) $\frac{ab+c}{b} = ab + \frac{c}{b}$.

3) Dato $x \in \mathbb{R}$, quale delle seguenti uguaglianze è vera

- a) $|-x| = -x$;
- b) $|-x| = |x|$;
- c) $|x| = x$.

4) Dati $a, b \in \mathbb{R}_+$, risulta:

- a) $\sqrt{ab} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$;
- b) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$;
- c) nessuna delle precedenti.

5) Quale delle seguenti affermazioni è vera

- a) $\ln(1+x) > 0$ se e solo se $x > 0$;
- b) $\ln(1+x) > 0$ se e solo se $x > 1$;
- c) $\ln(1+x) > 0$ se e solo se $x > -1$.

6) Quale delle seguenti affermazioni è vera

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log(-x) = -\infty$;
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log(-x) = +\infty$;
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log(-x)$ non esiste.

7) Quale delle seguenti tre rette non può mai intersecare il grafico di una funzione

- a) un suo asintoto verticale;
- b) un suo asintoto orizzontale;
- c) l'asse delle ordinate.

8) Data una serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, quali delle seguenti affermazioni è vera

- a) condizione necessaria affinché $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converga è che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$;
- b) condizione sufficiente affinché $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converga è che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$;
- c) condizione necessaria e sufficiente affinché $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converga è che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

9) Quali delle seguenti affermazioni è falsa

- a) $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$;
- b) $\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$;
- c) $\int (f(x) \cdot g(x)) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

10) Quali delle seguenti affermazioni è vera

- a) la caratteristica di una matrice è definita solo per matrici quadrate;
- b) il determinante di una matrice è definito solo per matrici quadrate;
- c) il determinante di una matrice è definito qualunque sia la matrice.