

Matematica Generale - IV canale
Prova di Autovalutazione del 05/11/2003

I) Dato un insieme ambiente X e due sottoinsiemi A, B verificare che sussistono le identità di De Morgan

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c, \quad (A \cap B)^c = A^c \cup B^c.$$

II) Dato l'insieme dei numeri reali \mathbb{R} si consideri la relazione $\rho : \mathbb{R} \rightarrow R$ definita per ogni coppia di elementi $x, y \in \mathbb{R}$ ponendo

$$x \rho y \stackrel{def}{\iff} xy \geq 0.$$

Discutere le proprietà di ρ .

III) Dati gli insiemi

$$\begin{aligned} \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n^2 + 1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}\}, & \quad \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n + 1}{n^2}, \quad n \in \mathbb{N}\}, \\ \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n^2 + 1}{n^2}, \quad n \in \mathbb{N}\}, & \quad \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n}{n + 1}, \quad n \in \mathbb{N}\}, \end{aligned}$$

dire se si tratta di insiemi superiormente e/o inferiormente limitati ed in caso affermativo individuarne l'insieme dei maggioranti, l'insieme dei minoranti, l'estremo superiore ed inferiore e gli eventuali massimi e minimi.

IV) Tracciare qualitativamente il grafico della funzione:

$$f(x) \stackrel{def}{=} ax + b$$

per valori dei parametri $a > 0$ e $b < 0$.

V) Tracciare qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) \stackrel{def}{=} ax^2 + 2bx + a$$

per valori dei parametri $a > 0$ e $b > a$.

VI) Tracciare qualitativamente i grafici delle funzioni

$$\begin{aligned} f(x) \stackrel{def}{=} 2^x, & \quad f(x) \stackrel{def}{=} \log_2(x), \\ f(x) \stackrel{def}{=} (1/3)^x, & \quad f(x) \stackrel{def}{=} \log_{1/3}(x). \end{aligned}$$

VII) Tracciare qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) \stackrel{def}{=} x^3 - 4x^2 + 3x,$$

studiandone anche la convessità e concavità, e scrivere l'equazione della retta tangente ad un suo punto generico $(x_0, f(x_0))$.

VIII) Tracciare qualitativamente i grafici delle funzioni

$$\begin{aligned} f(x) \stackrel{def}{=} \ln(x^3 - 4x^2 + 3x), & \quad f(x) \stackrel{def}{=} \exp(x^3 - 4x^2 + 3x), \\ f(x) \stackrel{def}{=} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6}, & \quad f(x) \stackrel{def}{=} \exp\left(\frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6}\right), & \quad f(x) \stackrel{def}{=} \ln\left(\frac{x^3 - 8}{x^2 - 5x + 6}\right). \end{aligned}$$