

**Matematica Generale - IV canale**  
**Prova di Autovalutazione del 02/12/2003**

I) Tracciare qualitativamente i grafici delle funzioni

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{|1-x^2|}{x^2}, \quad f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \log\left(\frac{x^2+x}{x^2-1}\right),$$
$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{x+1}{x^2+3x+2}}, \quad f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \exp\left(\frac{x^2-3x+2}{x-4}\right)$$

II) Costruire il polinomio di Taylor fino al terzo ordine di punto iniziale  $x_0 = 0$  per le funzioni

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \ln(1+x^2), \quad f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \exp(-x^2), \quad f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{1+x^2}$$

III) Calcolare i seguenti integrali

$$\int (e^{5x} + 2e^{-x} + 5xe^{-x^2}) dx, \quad \int ((3x+1)\ln(x+1) + 5x\ln(x^2)) dx,$$

e

$$\int \ln\left(\frac{x^2}{x^2+2x+1}\right) dx, \quad \int (2x+1)\exp(x^2)\exp(x) dx,$$

IV) Determinare il dominio ed il segno della funzione:

$$f(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \log\left(\frac{x^2-y^2-1}{x^2+y^2-1}\right).$$

V) Determinare i punti di massimo e di minimo liberi per la funzione

$$f(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} 2x^2 + 5xy + y + 4y^2$$

e quelli vincolati sotto la condizione

$$x^2 + 2y^2 = 1.$$

VI) Determinare massimi e minimi vincolati della funzione

$$f(x, y) \equiv \ln(1 + 2x^2 + 3y^2)$$

nell'insieme

$$S \equiv \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x + y - 1 \geq 0\} \cap \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$$

(si consiglia di dare una rappresentazione grafica dell'insieme  $X$ ).