Esercitazione 21 ottobre 2013

per il corso di Matematica Generale

21 ottobre 2013

Esercizio 1. *Calcolare, se esistono, i seguenti limiti di successioni.*

$\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{1}{3n}\right)^{2n}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n-3^n}{1+3^n}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n\log n}{(n+1)(n+2)}$

$\lim_{n\to+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1}$

$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{2^n+3^n}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2\left(3^n-3^{-n}\right)}{4^n+n^2}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log(n+1)}{\log n}$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^4+1}-\sqrt{n^4+2}\right)\left(7n^2+n\right)$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{7n^2+3n+1}$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n}-n\right)\sqrt{n}$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^n$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{2^n+1}{3^n}\right)\left(\frac{n}{n^2+2}\right)$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^5+1}-\sqrt{n^5-2}\right)\left(2n^2+n\right)$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\log\left(3n^2-6\right)-\log\left(n^3+8\right)\right)$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2+3n-7}{n^3-5}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{n}-n+n^2}{2n^2-n^{\frac{3}{2}}+n}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n+n^2}{3^n+n^3}$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{1+\log n}{\sqrt{n}-\log n}$

$\lim_{n\to+\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n+1}$

$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{2n^2}{3n^2+1}}$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^n$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+3)!-n!}{(n+1)!}$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\log(n+1)-\log n\right)$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2-1}\right)$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n+4^n}{3^n+5^n}$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{3^n-1}{2^n}\right)\left(\frac{1-n^2}{n}\right)$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n-1}{n-3}\right)^{n+2}$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\log\left(n^2+1\right)-\log\left(5n+n^2\right)\right)$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2-4}{n+2}$

$\lim_{n\to+\infty} e^{\frac{3}{n+1}}$

$\lim_{n\to+\infty} \log\left(\frac{3n^2}{n^2+1}\right)$	$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt[n]{3}-1\right)^n$
$\lim_{n\to+\infty} n^2 2^{-\sqrt{n}}$	$\lim_{n\to+\infty} \left(n^{\sqrt{n}-2^n}\right)$

Esercizio 2. *La successione* $a_n = \frac{2^n}{1+2^n}$ *è*

(a) infinitesima;

(b) monotona crescente;

(c) divergente;

(d) monotona decrescente.

Esercizio 3. *La successione* $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^2$

(a) converge a 1*;*

(b) diverge;

(c) è indeterminata;

(d) converge a e*.*

Esercizio 4. *La successione* a_n *converge a* 1*. Quindi*

(a) per ogni $M>0$ *esiste un indice* $n>M$ *tale che* $|a_n-1|<\epsilon$*;*

(b) per ogni $n>1$ *esiste* $\epsilon>0$ *tale che* $|a_n-1|<\epsilon$*;*

(c) per ogni $\epsilon>0$ *esiste un indice* M *tale che per ogni* $n>M$ *si ha* $|a_n-1|<\epsilon$*;*

(d) per ogni $\epsilon>0$ *esiste un indice* M *tale che per ogni* $n<M$ *si ha* $|a_n-1|<\epsilon$*.*

Esercizio 5. *Ogni successione* a_n *monotona e limitata ha sempre limite finito.*

(a) vero;

(b) falso perché a_n *deve essere monotona decrescente;*

(c) falso perché a_n *deve essere monotona crescente;*

(d) non si può concludere.

Esercizio 6. *Sia* a_n *una successione limitata allora* a_n *è convergente.*

(a) vero;

(b) falso.

Esercizio 7. *Sia* a_n *una successione convergente allora* a_n *è limitata.*

(a) vero;

(b) *falso.*

Esercizio 8. *Siano* a_n, b_n *successioni tali che* $\lim_{n\to+\infty}(a_n b_n) = k \in \mathbb{R}$, *e* $\lim_{n\to+\infty} a_n = h \in \mathbb{R}$ *allora* $\lim_{n\to+\infty} b_n \in \mathbb{R}$.

(a) *vero;*

(b) *falso.*