

Esercitazione 11 dicembre 2013

per il corso di Matematica Generale

11 dicembre 2013

Esercizio 1. *Determinare il dominio delle seguenti funzioni e rappresentarlo graficamente.*

- $f(x, y) = \log(1 - x^2 - y^2)$;
- $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$;
- $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x^4}$;
- $f(x, y) = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$ (ristretto a $[0, 2\pi)$);
- $f(x, y) = \log(xy^2 + x^2y)$.

Esercizio 2. *Calcolare il gradiente delle seguenti funzioni.*

- $f(x, y) = x^2 + 2xy - xy^2$;
- $f(x, y) = ye^{2y^2}$;
- $f(x, y) = y^2e^{-x}$;
- $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$;
- $f(x, y) = e^{\frac{x}{y}}$.

Esercizio 3. *Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativo delle seguenti funzioni.*

- $f(x, y) = x^2 - y^2$;
- $f(x, y) = x^2 + y^2$;
- $f(x, y) = xy$;
- $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$;
- $f(x, y) = x^2 + y^3 - 3xy$;
- $f(x, y) = x^2y^2$;
- $f(x, y) = x^2y^3 - 8x^2 - \frac{3}{2}y^2$;
- $f(x, y) = x^2y^2 - x + 4y$;
- $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x$;

- $f(x, y) = 3x^2 - 6xy + y^2 + y^4$;
- $f(x, y) = (y - 2)e^{xy}$;
- $f(x, y) = e^y(x^2 + 1) - y$;
- $f(x, y) = 3y^3 - x^2y - x^2$;
- $f(x, y) = 4y + 4xy$.

Esercizio 4. Determinare i punti di massimo e minimo (se esistono) della funzione $f(x, y) = -x^2 - 2y^2$ nella regione di piano individuata dal vincolo $x + y = b$ al variare di $b > 0$.

Esercizio 5. Individuare le curve di livello delle seguenti funzioni.

- $f(x, y) = x^2 + y^2$;
- $f(x, y) = x + y$;
- $f(x, y) = \frac{y}{x^2}$;
- $f(x, y) = y - x$;
- $f(x, y) = x^2$;
- $f(x, y) = y^3$.

Esercizio 6. Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativo delle seguenti funzioni soggette al vincolo g di fianco indicato.

- $f(x, y) = x + y$, $g(x, y) = xy - 1 = 0$;
- $f(x, y) = xy$, $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$;
- $f(x, y) = x^2 - y^2$, $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$;
- $f(x, y) = x^3 - y^2$, $g(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$;
- $f(x, y) = 3xy$, $g(x, y) = 2x + 4y - 1$;
- $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2$, $g(x, y) = y - x$;
- $f(x, y) = y(x - x^2)$, $g(x, y) = y - 3x$;
- $f(x, y) = xy + y - 1$, $g(x, y) = y - x^2 + 1$;
- $f(x, y) = 2x^2 - 4y$, $g(x, y) = 2x^2 + y^2 - 1$;
- $f(x, y) = 2x^2 + 4y$, $g(x, y) = 2x^2 + y^2 - 4$;
- $f(x, y) = \log(x - y^2)$, $g(x, y) = x - y$;
- $f(x, y) = x + 3y$ dove il vincolo è il triangolo chiuso di vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$;
- $f(x, y) = 3x + y$ dove il vincolo è il triangolo chiuso di vertici $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$;
- $f(x, y) = x + 3y$ dove il vincolo è $x^2 + y^2 \leq 4$.