

Dott. R. Monte: Esercizi consigliati
per la preparazione della prova scritta
del II canale del corso di Matematica Generale
(Prof. L. Accardi).
II gruppo: integrali indefiniti

Integrazione per parti:

Si desidera calcolare

$$\int f(x) dx,$$

e si cerca di determinare due funzioni $g(x)$, $h(x)$ tali che si possa scrivere

$$f(x) = g(x) h'(x)$$

e tali che si sappia calcolare l'integrale

$$\int g'(x) h(x) dx.$$

Quindi si applica la formula di integrazione per parti

$$\int f(x) dx = g(x) h(x) - \int g'(x) h(x) dx.$$

Esercizi:

Calcolare gli integrali

$$\int x \exp(x) dx, \quad \int x^2 \exp(x) dx, \quad \int x^3 \exp(x) dx.$$

Determinare quindi una formula ricorsiva per il calcolo di

$$\int x^n \exp(x) dx, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcolare gli integrali

$$\int \ln(x) dx, \quad \int x \ln(x) dx, \quad \int x^2 \ln(x) dx.$$

Determinare quindi una formula ricorsiva per il calcolo di

$$\int x^n \ln(x) dx, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcolare gli integrali

$$\int x \cos(x) dx, \quad \int x^2 \cos(x) dx, \quad \int x^3 \cos(x) dx.$$

Determinare quindi una formula ricorsiva per il calcolo di

$$\int x^n \cos(x) dx, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcolare gli integrali

$$\int x \sin(x) dx, \quad \int x^2 \sin(x) dx, \quad \int x^3 \sin(x) dx.$$

Determinare quindi una formula ricorsiva per il calcolo di

$$\int x^n \sin(x) dx, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcolare gli integrali

$$\int \sin^2(x) dx, \quad \int \cos^2(x) dx,$$

Calcolare gli integrali

$$\int x \arctan(x) dx, \quad \int \frac{\log(x+1)}{x^2} dx$$

Integrazione per sostituzione:

Si desidera calcolare

$$\int f(x) dx,$$

e si cerca di determinare due funzioni $g(x)$, $h(x)$ tali che si possa scrivere

$$f(x) = g(h(x)) h'(x)$$

e tali che si sappia calcolare l'integrale

$$\int g(y) dy.$$

Quindi si applica la formula di integrazione per sostituzione

$$\int f(x) dx = \int g(h(x)) h'(x) dx = \int g(y) dy|_{y=h(x)}.$$

Esercizi:

Calcolare gli integrali

$$\int x \exp(x^2) dx, \quad \int \frac{\log(x)}{x} dx, \quad \int x \sin(x^2) dx.$$

$$\int x \log(x^2) dx, \quad \int x \cos(x^2) \sin(x^2) dx, \quad \int \frac{x^3}{1+x^4} dx,$$

$$\int \frac{x \log(x^2 + 1)}{x^2 + 1} dx, \quad \int \frac{x \arctan(x^2)}{x^4 + 1} dx, \quad \int \frac{\exp(\arctan(x))}{1 + x^2} dx,$$

$$\int \exp(x^2 + \log(x)) dx, \quad \int \frac{\log(x^2 \exp(x))}{x} dx,$$