

**Dott. R. Monte: Esercizi consigliati**  
**per la preparazione della prova scritta**  
**del II canale del corso di Matematica Generale**  
**(Prof. L. Accardi).**  
**II gruppo: integrali indefiniti**

**Integrazione per parti:**

Si desidera calcolare

$$\int f(x) dx,$$

e si cerca di determinare due funzioni  $g(x)$ ,  $h(x)$  tali che si possa scrivere

$$f(x) = g(x) h'(x)$$

e tali che si sappia calcolare l'integrale

$$\int g'(x) h(x) dx.$$

Quindi si applica la formula di integrazione per parti

$$\int f(x) dx = g(x) h(x) - \int g'(x) h(x) dx.$$

**Esercizi:**

Calcolare gli integrali

$$\int x \exp(x) dx, \quad \int x^2 \exp(x) dx, \quad \int x^3 \exp(x) dx.$$

Determinare quindi una formula ricorsiva per il calcolo di

$$\int x^n \exp(x) dx, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcolare gli integrali

$$\int \ln(x) \, dx, \quad \int x \ln(x) \, dx, \quad \int x^2 \ln(x) \, dx.$$

Determinare quindi una formula ricorsiva per il calcolo di

$$\int x^n \ln(x) \, dx, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcolare gli integrali

$$\int x \cos(x) \, dx, \quad \int x^2 \cos(x) \, dx, \quad \int x^3 \cos(x) \, dx.$$

Determinare quindi una formula ricorsiva per il calcolo di

$$\int x^n \cos(x) \, dx, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcolare gli integrali

$$\int x \sin(x) \, dx, \quad \int x^2 \sin(x) \, dx, \quad \int x^3 \sin(x) \, dx.$$

Determinare quindi una formula ricorsiva per il calcolo di

$$\int x^n \sin(x) \, dx, \quad \forall n \geq 1.$$

Calcolare gli integrali

$$\int \sin^2(x) \, dx, \quad \int \cos^2(x) \, dx,$$

Calcolare gli integrali

$$\int x \arctan(x) \, dx, \quad \int \frac{\log(x+1)}{x^2} \, dx$$

**Integrazione per sostituzione:**

Si desidera calcolare

$$\int f(x) \, dx,$$

e si cerca di determinare due funzioni  $g(x)$ ,  $h(x)$  tali che si possa scrivere

$$f(x) = g(h(x)) h'(x)$$

e tali che si sappia calcolare l'integrale

$$\int g(y) \, dy.$$

Quindi si applica la formula di integrazione per sostituzione

$$\int f(x) \, dx = \int g(h(x)) h'(x) \, dx = \int g(y) \, dy|_{y=h(x)}.$$

**Esercizi:**

Calcolare gli integrali

$$\int x \exp(x^2) \, dx, \quad \int \frac{\log(x)}{x} \, dx, \quad \int x \sin(x^2) \, dx.$$

$$\int x \log(x^2) \, dx, \quad \int x \cos(x^2) \sin(x^2) \, dx, \quad \int \frac{x^3}{1+x^4} \, dx,$$

$$\int \frac{x \log(x^2 + 1)}{x^2 + 1} \, dx, \quad \int \frac{x \arctan(x^2)}{x^4 + 1} \, dx, \quad \int \frac{\exp(\arctan(x))}{1 + x^2} \, dx,$$

$$\int \exp(x^2 + \log(x)) \, dx, \quad \int \frac{\log(x^2 \exp(x))}{x} \, dx,$$