

Esercitazione 4 novembre 2013

per il corso di Matematica Generale

4 novembre 2013

Esercizio 1. Studiare la continuità delle seguenti funzioni e classificare gli eventuali punti di discontinuità.

$$(a) \quad f(x) = \begin{cases} \left(\frac{2}{2+x}\right)^{\frac{1}{x}} & \text{se } -2 < x < 0 \\ \frac{1}{x+e} & \text{se } x \geq 0; \end{cases}$$

$$(b) \quad f(x) = \frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}};$$

$$(c) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{\sqrt{x-2}} & \text{se } 0 \leq x < 4 \\ 4e^{x-4} & \text{se } x \geq 4; \end{cases}$$

$$(d) \quad f(x) = \frac{2x^2-5x-3}{x^2-4x+3};$$

$$(e) \quad f(x) = \frac{x+3}{3x^2+x^3};$$

$$(f) \quad f(x) = \frac{\log(1+x^2)}{\sqrt{3-\sin x}};$$

$$(g) \quad f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinare $k \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4x & \text{se } x \geq 1 \\ -x + k & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

sia continua su \mathbb{R} .

Esercizio 3. Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ a \sin x + b \cos x & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ x & \text{se } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

sia continua su \mathbb{R} .

Esercizio 4. Calcolare, dove ha senso, la derivata delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{3x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1}; \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 2}; \quad f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 1}};$$

$$f(x) = e^x (e^x - 2); \quad f(x) = e^x (\sin x + \cos x); \quad f(x) = \log(2x - x^3);$$

$$f(x) = \log\left(\frac{2x - 1}{x^2 - 4}\right); \quad f(x) = e^{1-x^2}; \quad f(x) = \left|\frac{1 - x^2}{x^2 + 1}\right|;$$

$$f(x) = \log(\sin x); \quad f(x) = \sin(\log(x)); \quad f(x) = \sqrt{e^x - 2};$$

$$f(x) = \frac{2x^3 + 5}{x^2 - 9}; \quad f(x) = 5^{x^2 - 2x}; \quad f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{|x|} - 2}; \quad f(x) = \frac{x^3}{\log(x) - 1};$$

$$f(x) = x^x; \quad f(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{x^2 - 5x}{4 - x}\right); \quad f(x) = \sqrt{x + 3}e^{-(x+3)};$$

$$f(x) = \sqrt{2x + 1} \log(2x + 1); \quad f(x) = \frac{4\sqrt{x}}{x - 4}; \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x};$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - \cos x}}; \quad f(x) = \frac{1}{\log|x + 1|}; \quad f(x) = \frac{x}{\log(x + 1)};$$

$$f(x) = \frac{2x - 1}{1 - \log|x|}; \quad f(x) = \sqrt{-2 + \log_{\frac{1}{2}}|x + 1|}; \quad f(x) = \sqrt{1 - \log(x - x^2)};$$

$$f(x) = \frac{\log(1 + x^2)}{\sin x - x}; \quad f(x) = \log(x^2 - 2x - 3); \quad f(x) = e^{x^5 - \sin x};$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1 + \sqrt{x^2 + 1}}; \quad f(x) = (x^2 + 1)^{\log(x^2 + 1)}; \quad f(x) = \log|\log|x||;$$

$$f(x) = \sqrt[4]{e^{2x} - e^x}; \quad f(x) = \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{(x - 1)^2} + 2; \quad f(x) = \frac{e^x}{2x - 1};$$

$$f(x) = \log(x^2 - 5x); \quad f(x) = \log\left(\frac{x + 3}{x}\right); \quad f(x) = \frac{1}{4 - \log x};$$

$$f(x) = \frac{\log(x-1)}{\sqrt{x-3}}; \quad f(x) = e^{\frac{1}{x}}; \quad f(x) = e^{\frac{x}{x+1}};$$

$$f(x) = \sqrt{e^x - 2}; \quad f(x) = \log\left(\frac{e^{2x}}{e^x - 1}\right); \quad f(x) = \frac{2e^x}{e^x - e^{-x}};$$

$$f(x) = e^{\frac{x}{-1+\log x}}; \quad f(x) = \frac{e^x}{x} - 1; \quad f(x) = \frac{\log x}{\sqrt{x}};$$

$$f(x) = \frac{2x-1}{2x^2+5x-3}; \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}; \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+2}.$$