

# MATEMATICA GENERALE - Canali III, IV

Sessione Invernale, II Appello, 31/1/2012, A.A. 2011/2012, Compito 4

Cognome ..... Nome ..... Matricola .....

Canale    ☐ III (Prof. Ramponi)

☐ IV (Prof.ssa Tessitore)

Firma .....

1) (9 p.ti) Studiare la funzione  $f(x) = \log\left(\frac{1-x}{-x}\right)$ .

a] Dominio e segno

b] Limiti e asintoti

c] Determinazione punti critici (ovvero stazionari)

d] Studio massimi e minimi

e] Grafico (lo studio di eventuali flessi è opzionale).

2) (5 p.ti) Determinare il gradiente e la matrice Hessiana della funzione

$$f(x, y) = x^2y - \frac{y^2}{2} - 16x^2$$

e, se esistono, i punti stazionari.

3) (7 p.ti) Studiare al variare del parametro  $\gamma \in \mathbb{R}$  le soluzioni del sistema e trovarle:

$$\begin{cases} x + \gamma y &= 0 \\ -y + x &= 1 \\ x - 4y &= \gamma \end{cases}$$

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti, l'ultima domanda vale 2 punti.

4) (2 p.ti) La funzione  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$  non è definita in  $x = 0$ . Essa è definita e continua in 0 se

1.  $f(0)$  assume qualsiasi valore reale
2.  $f(0) = 1$
3.  $f(0) = 2$

5) (2 p.ti) Siano  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  e  $\mathbf{v}_3$  vettori in  $\mathbb{R}^3$  linearmente indipendenti, la matrice  $A_{3 \times 3} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  e sia  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ . Allora

1. il sistema  $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$  non ammette soluzioni
2. il sistema  $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$  ammette un'unica soluzione
3. il sistema  $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$  ha infinite soluzioni

6) (2 p.ti) Sia  $f(x) = \gamma x^{\delta+1}$ ,  $\gamma$  e  $\delta$  costanti reali. La quantità  $\epsilon = \frac{xf'(x)}{f(x)}$  è data da  $\epsilon = \gamma(\delta + 1)$ .  
☐ Vero ☐ Falso

7) (2 p.ti) Sia  $F(x)' = f(x)$  con  $f(x)$  continua su  $[a, b]$ . Allora

1.  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
2.  $\int_a^b f(x)dx = F(x) + c$
3.  $\int_a^b F(x)dx = f(b) - f(a)$

8) (2 p.ti) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange.