MATEMATICA GENERALE - Canali III, IV

Sessione Estiva, II Appello, 19/06/2012, A.A. 2011/2012, Compito 4

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Canale ☐ III (Prof. Ramponi) ☐ IV (Prof.ssa Tessitore)

Firma ....

1) *(9 p.ti)* Studiare la funzione $f(x) = \log[\frac{x+2}{x-1}]$.

a] Dominio e segno

b] Limiti e asintoti

c] Determinazione punti critici (ovvero stazionari)

d] Studio massimi e minimi

e] Grafico (lo studio di eventuali flessi è opzionale).

2) *(5 p.ti)* Determinare il dominio e, se esistono, i punti critici della funzione

$$f(x, y) = e^{y^2+4x^2-4xy}.$$

3) *(7 p.ti)* Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ le soluzioni del sistema e trovarle:

$$\begin{cases} -2x + y &= 0 \\ \alpha x + 2y &= 1 \\ -y + 2x &= 1 \end{cases}$$

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti, l'ultima domanda vale 2 punti.

4) *(2 p.ti)* Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b), tale che $f(a) = f(b)$. Allora

1. esiste un unico punto $c \in (a, b)$ tale che $f'(c) = 0$
2. per ogni $c \in (a, b)$ si ha $f'(c) = 0$
3. esiste almeno un punto $c \in (a, b)$ tale che $f'(c) = 0$

5) *(2 p.ti)* Una successione $\{a_n\}_n$ monotona non decrescente e limitata ha sempre limite $\ell = +\infty$.
□ Vero □ Falso

6) *(2 p.ti)* I vettori $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$ sono linearmente dipendenti. Allora

1. per ogni $\alpha > 0$ si ha $\mathbf{v} = \alpha\mathbf{w}$
2. non esiste un $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\mathbf{v} = \alpha\mathbf{w}$
3. esiste un $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che $\mathbf{v} = \alpha\mathbf{w}$

7) *(2 p.ti)* Sia $f(x)$ continua in $[a, b]$. L'integrale definito $\int_a^b f(x)dx$ è uguale a

1. $F(b) - F(a)$ dove F è una primitiva di f
2. $f'(b) - f'(a)$
3. $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

8) *(2 p.ti)* Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una funzione di variabile reale e sia $x_0 \in (a, b)$. Dare la definizione di derivata della funzione f nel punto x_0 e dimostrare che se tale derivata esiste, la funzione è continua in x_0.