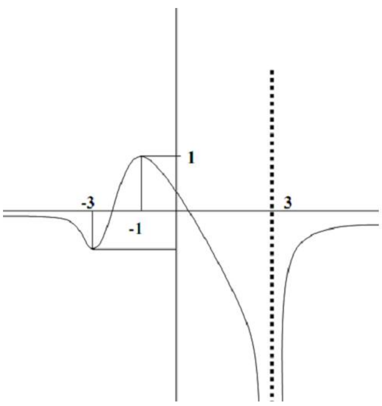
Corso di Matematica Generale
Esercitazione 2
Funzioni di una variabile reale: definizioni e proprietà - Equazione della retta

Dr. Stefano Guarino
guarino@mat.uniroma3.it

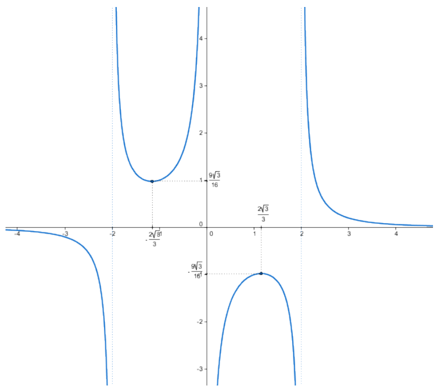
2 Ottobre, 2014

1 Funzioni di una variabile reale: definizioni e proprietà

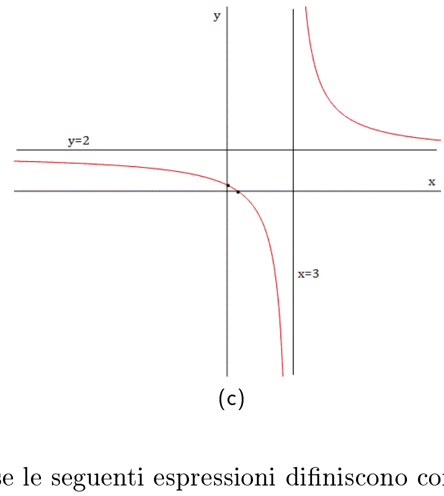
1. Dati i seguenti grafici di funzione, determinare dominio, immagine, estremi, e stabilire iniettività e suriettività.



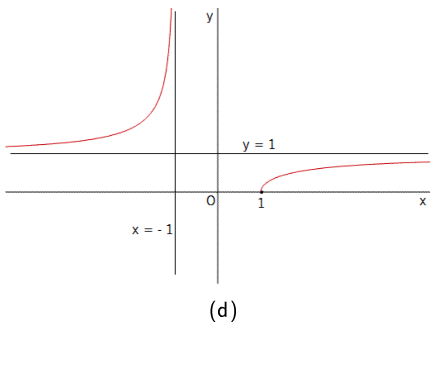
(a)



(b)



(c)



(d)

2. Dire se le seguenti espressioni difiniscono correttamente una funzione:

(a) $f_1 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad f_1(n) = \frac{n+1}{2}$

(b) $f_2 : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}, \quad f_2(n) = n - n^2$

(c) $f_3 : \mathbb{Z} \to \mathbb{N}, \quad f_3(z) = z^2 - z$

(d) $f_4 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad f_4(n) = \frac{n^2+n}{2}$

(e) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = g^{-1}(x), \quad \text{dove} \quad g(y) = y^2$

Nei casi in cui la definizione non è corretta, indicare in quale dominio e/o codominio lo sarebbe.

3. Data la funzione
$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad f(n) = n^3 + n$$
è corretto affermare che $f(\mathbb{N}) = Im(f) \subset \{n \in \mathbb{N} : \ n = 2k, \exists k \in \mathbb{N}\}$ (*i.e.*, l'immagine di f è un sottoinsieme dei numeri naturali pari)?

4. Data la funzione
$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 + 2x + 1$$

(a) Stabilire se f sia iniettiva e/o suriettiva.

(b) Provare che $f(x) \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$

(c) Verificare che esiste $A \subset \mathbb{R}$ tale che f è iniettiva in A e in $\mathbb{R} \setminus A$. Identificare $B = f(A)$, verificare che $B = f(\mathbb{R} \setminus A)$, e dedurne che sia possibile definire $g : B \to A$ e $h : B \to \mathbb{R} \setminus A$, tali che $g(f(x)) = x = h(f(x))$. Trovare l'espressione di g e h.

5. Determinare dominio, codominio, immagine ed espressione esplicita (nel suo dominio) della funzione composta $f(g(x))$ nei seguenti casi:

(a) $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad f(n) = 2n^2 + 1, \qquad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{2}} + 3$

(b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2 + 2x - 3, \qquad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \sqrt{x}$

(c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = 3x + 1, \qquad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{1}{2x+5}$

2 Equazione della retta

6. Invertire le seguenti rette:

(a) $y = 3x - 2$

(b) $y = x - 7$

(c) $y = 3x + \sqrt{2}$

(d) $x = \frac{x-2}{3}$

(e) $x = \sqrt{5}y + 3$

(f) $x = \frac{y}{4} + 2$

7. Determinare l'equazione della retta che soddisfa le seguenti proprietà

(a) Parallela a $y = -2x$ e passante per $(0, 2)$

(b) Passante per i punti $(1, -2)$ e $(-4, 3)$

(c) Parallela a $2x + 3y + 4 = 0$ e passante per $(1, -2)$

(d) Perpendicolare a $2y + 5x - 2 = 0$ e passante per $(1, 1)$

(e) Passante per $(1, 0)$ e $(3, -1)$

8. Disegnare sul piano le seguenti rette:

(a) $y = -2x + 3$

(b) $2x + 4y - 1 = 0$

(c) $2x = 5 + y$

(d) $\frac{x+3}{2} - 2y = 0$

9. Verificare la veridicità delle seguenti affermazioni:

   (a) Le rette $y = -2x + 3$ e $-22x - 11y = -33$ sono parallele

   (b) La retta $y + 5x - 4 = 0$ passa per il punto $(-1, 1)$

   (c) Tutte le rette della forma $y = 3x + q$ al variare di q passano per il punto $(q, 4q)$

   (d) Tutte le rette della forma $y = 3x + q$ al variare di q sono perpendicolari alla retta $6y + 2x = 3$

   (e) Tutte le rette della forma $2y = mx + 3$ al variare di m passano per il punto $(0, 3)$