

CORSO DI MATEMATICA GENERALE
Esercitazione 7
Teorema di Lagrange e Teorema di Rolle

Dr. Stefano Marini
smarini@mat.uniroma3.it

5 novembre 2015

1 Teorema di Lagrange

Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) allora esiste almeno un $c \in (a, b)$ tale che

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad (1)$$

Esercizio 1

Dire per quali delle seguenti funzioni sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Lagrange ed in caso affermativo trovare un $c \in \mathbb{R}$ che soddisfa (1):

- $f(x) = -2x^3 + 6x - 2$ su $[a, b] = [-2, 2]$;
- $f(x) = \frac{1}{x}$, su $[a, b] = [-1, 1]$;
- $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$, su $[a, b] = [-1, 2]$;
- $f(x) = |x|$, su $[a, b] = [-1, 1]$;

Suggerimento: $|x| = \sqrt{x^2}$.

Esercizio 2

Usando il Teorema di Lagrange dire se la seguente affermazione è vera:

Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$ si ha

$$|\cos a - \cos b| < |a - b|$$

2 Teorema di Rolle

Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione :

1. continua in $[a, b]$;

2. derivabile in (a, b) ;

3. $f(a) = f(b)$.

allora esiste almeno un $c \in (a, b)$ tale che

$$f'(c) = 0. \quad (2)$$

Esercizio 3

Dire per quali delle seguenti funzioni sono soddisfatte le ipotesi del teorema di Rolle ed in caso affermativo trovare un $c \in \mathbb{R}$ che soddisfa (2):

- $f(x) = x^2 - 2x - 8$, su $[a, b] = [-1, 3]$;

- $f(x) = x^3 + 6x - 2$ su $[a, b] = [-2, 2]$;

- $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & -1 \leq x \leq 1 \\ 3 - x & 1 < x \leq 3 \end{cases}$

- $\ln(5 - x^2)$, su $[a, b] = [-2, 2]$;

- $f(x) = -x^3 - x^2 + 2x$, su $[a, b] = [-2, 1]$;

Esercizio 4

Usando il Teorema di Rolle provare che,

$$f(x) = x^7 + 3x + 3$$

ammette un "unica" intersezione con l'asse delle x .

Suggerimento: $f(-1) = -1$, $f(0) = 3$.