

CORSO DI MATEMATICA GENERALE
Esercitazione 8
Teorema di de l'Hopital, Polinomio di Taylor
e Integrazione

Dr. Stefano Marini
smarini@mat.uniroma3.it

12 novembre 2015

1 Teorema di de l'Hopital

Esercizio 1

Calcolare i seguenti limiti usando il Teorema di de l'Hopital:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x-2}{7x+3};$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5+x^4+x^3+x^2+x+1}{2x^5+x^4+x^3+x^2+x+1};$
- $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\ln(x+3)};$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}};$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x}{x+1};$

Suggerimento: se $a > 0$ allora $a^x = (e^{\ln a})^x, \forall a, b, c \ (a^b)^c = a^{b \cdot c}.$

Esercizio 2

Riscrivere i seguenti limiti, in forme indeterminate del tipo $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$, quindi calcolarli usando il Teorema di de l'Hopital:

- $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln x);$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x \cdot \ln x;$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}};$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x;$

Suggerimento: per gli ultimi due limiti :

$$\lim_{x \rightarrow a} \ln(f(x)) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1.$$

2 Polinomio di Taylor

Esercizio 3

Approssimare, utilizzando il polinomio di Taylor dell'esponenziale centrato in $x_0 = 0$, il numero di nepero fino alla seconda cifra decimale.

Suggerimento: numero di nepero: $e = 2,7182818284\dots$.

Esercizio 4

Approssimare, utilizzando il polinomio di Taylor di $\ln(1-x)$ centrato in $x_0 = 0$, il valore di

$$\ln\left(\frac{9}{10}\right)$$

fino alla terza cifra decimale.

Suggerimento: $\ln\left(\frac{9}{10}\right) = -0,10536\dots$.

3 Integrazione

Esercizio 5

Calcolare i seguenti integrali noti:

- $\int x^2 + 3 dx$;
- $\int \frac{1+x}{x} dx$;
- $\int \frac{\cos x + x}{2} dx$;
- $\int e^{2x+1} dx$;
- $\int \sqrt{2x+1} dx$
- $\int \frac{1}{(2x+1)^2} - \frac{1}{2x+1} dx$;