

ESERCITAZIONE

MATEMATICA GENERALE

CLEMIF

Dott. Stefano Marini

22/09/2016, A.A. 2016/2017

Teoria degli insiemi

1) Dati gli insiemi $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, $\mathbf{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ e $\mathbf{B} = \{1, 3, 6, 7, 8\}$ stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

1. $2 \in \mathbf{A}$
2. $11 \in \mathbf{B}$
3. $4 \notin \mathbf{B}$
4. $\mathbf{A} = \{2\mathbb{N}\}$ (tutti i numeri pari)

2) Dati \mathbb{R} e $\mathbf{A} = \{4\sqrt{2}, \frac{2}{3}, -2, 5, -5, 33, \sqrt{9}\}$ scrivere sotto forma di insiemi ($\{\dots\}$)

1. i numeri naturali in \mathbf{A}
2. i numeri razionali in \mathbf{A}
3. i numeri irrazionali in \mathbf{A}

3) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

1. $\emptyset = \{0\}$
2. $x \in \{x\}$
3. $\emptyset = \{\emptyset\}$
4. $\emptyset \in \{\emptyset\}$

4) Dati gli insiemi $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$, $\mathbf{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ e $\mathbf{B} = \{1, 3, 6, 7, 8\}$ stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

1. $\mathbf{A} \subset \mathbb{N}$
2. $\mathbf{B} \subseteq \mathbb{N}$
3. $\emptyset \subset \mathbb{N}$

5) Dopo aver disegnato il diagramma di Venn dei seguenti insiemi $\mathbf{A} = \{c, f\}$, $\mathbf{B} = \{a, c, d, e, f, h\}$ e $\mathbf{C} = \{c, d, h\}$, rispondere alle seguenti domande

1. Quali tra $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ sono sotto insiemi propri degli altri?
2. \mathbf{A} e \mathbf{B} sono disgiunti?

6) Dato l'insieme universale $\mathbf{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, c\}$ e i suoi sotto insiemi $\mathbf{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $\mathbf{B} = \{1, 3, 6, 7, 8\}$ e $\mathbf{C} = \{3, 7\}$ scrivere sotto forma di insieme,

1. $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}, \mathbf{B} \cap \mathbf{C}$
2. $\mathbf{A}^c, \mathbf{B}^c$
3. $\mathbf{B} \cap \mathbf{A}^c, \mathbf{B} \cap \mathbf{C}^c$
4. $\mathbf{A} \setminus \mathbf{B}$

7) Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

1. $|\{\emptyset\}|=1$
2. $|\{x, x\}|=2$
3. $|\{\mathbf{U} \cap \emptyset\}|=0$

8) Dati gli insiemi $X = \{a, c\}$ e $Y = \{a, b, e, f\}$ scrivere il prodotto cartesiano di insiemi di:

1. $X \times Y$
2. $Y \times X$
3. $X^2 (X \times X)$

10) Dato l'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ e i suoi sotto insiemi $\mathbf{A} = \{0, 1, 2, 3\}$ e $\mathbf{B} = \{-1, 0\}$ scrivere sotto forma di insieme,

1. $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$
2. $\mathbf{A} \setminus \mathbf{B}^c$
3. $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \setminus (\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$

10) Dato l'insieme dei numeri razionali $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}\}$ e i suoi sotto insiemi $\mathbf{A} = \{1\}$ e $\mathbf{B} = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots\}$, stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false,

1. $\mathbf{A} \subseteq \mathbb{Q}$
2. $\mathbf{B} \subseteq \mathbb{Q}$
3. $\mathbb{Q} \subseteq \mathbf{B}$

Elementi di Teoria delle Funzioni

1) Data la funzione $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ stabilire dominio, immagine e se si tratta di funzioni iniettive e/o suriettive nei casi

1. $f(x) = x$
2. $f(x) = 2x$
3. $f(x) = x - 1$
4. $f(x) = x^2$

Insiemi di Numeri Reali

1) Dati gli insiemi di numeri reali $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$, $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$ e $\mathbf{C} = \{x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\}$, scriverli come intervalli e poi calcolare:

1. $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$, $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$
2. $\mathbf{A} \cap \mathbf{C}$, $\mathbf{B} \cap \mathbf{C}$
3. $\mathbf{A} \setminus \mathbf{C}$, $\mathbf{C} \setminus \mathbf{B}$
4. $\mathbf{B} \setminus \mathbf{C}^c$, $\mathbf{A}^c \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$

2) Dati gli insieme di numeri reali $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$ e $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3\}$, stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false

1. -1 é un punto interno ad \mathbf{A}
2. -1 é un punto di frontiera di \mathbf{A}
3. 2 é un punto interno a \mathbf{B}
4. 2 é un punto di frontiera di \mathbf{B}
5. \mathbf{A} é un intervallo aperto
6. \mathbf{B} é un intervallo chiuso
7. $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$ é un intervallo chiuso
8. $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$ é un intervallo aperto