

# ESERCITAZIONE

## MATEMATICA GENERALE

### CLEMIF

Dott. Stefano Marini

27/10/2016, A.A. 2016/2017

#### Continuitá

Trovare, se esiste, il  $k \in \mathbb{R}$  che rende la funzioni  $f(x)$  continua:

$$1. f(x) = \begin{cases} x - 3 & x < 1 \\ kx^2 + 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$2. f(x) = \begin{cases} k & x \leq 0 \\ \frac{x^2 - \sin x}{x} & x > 0 \end{cases}$$

$$3. f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(x+1)}{x} & x < 0 \\ k & x = 0 \\ \frac{\sin kx}{x} & x > 0 \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} |x|^x & x \neq 0 \\ k & x = 0 \end{cases}$$

#### Derivabilitá

1. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni

- $x^4 + 3x^2 + 2x \ln x$
- $\ln(\sin 2x)$
- $\sqrt[3]{1 - 3x} - x$
- $\ln(x + \sqrt{1 + x^2})$
- $x^{\ln x}$

2. Utilizzando la definizione con il limite del rapporto incrementale stabilire se  $f(x)$  é derivabile in  $x_0 = 0$ , nei seguenti casi:

- $f(x) = |x|$
- $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} -x + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

## Massimi e minimi

1. Trovare e discutere massimi e minimi per le seguenti funzioni:

- $f(x) = \frac{x^2+9}{x}$
- $f(x) = xe^{3x}$
- $f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
- $f(x) = 3x \ln(x)$

2. Studiare massimi e minimi relativi della funzione  $f(x) = \arctan(-x(x-1))$

## Concavità e convessità di una funzione

1. Stabilire concavità e convessità delle seguenti funzioni:

- $f(x) = x^4 - 6x^2 + 7x + 8$
- $f(x) = x^4 + x + 12$
- $f(x) = e^{x^2}$
- $f(x) = e^{-x}(2x+1)$
- $f(x) = x^2 - x \ln x$

2. Studiare massimi e minimi relativi, concavità e convessità delle funzioni:

- $e^{-x(x-2)}$
- $\ln(1+x^2)$
- $(3x^2+1)e^{x+2}$