

# ESERCITAZIONE

## MATEMATICA GENERALE

### CLEMIF

Dott. Stefano Marini

20/10/2016, A.A. 2016/2017

#### Ex.1

Calcolare i seguenti limiti utilizzando: proprietà dei limiti, Teorema di De L'Hôpital, Teorema del Confronto e limiti notevoli.

1.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2+2x+1}{x-4}$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x^5+3x+4}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2+1}{x-2};$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{4x^2+2x-1};$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{2x^2+3};$

6.  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+2x-3}{|x-1|};$

7.  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2-25}{x^2+x-30};$

8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+x+4}{x^3+2x}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^6+2x^2}{x^4+x^2}$

10.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3+9x^2+27x+27}{x^2+6x+9}$

11.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^{-8}}{\ln(1+e^{4x})}$

12.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt[3]{x} \ln x;$

**Suggerimento :**  $\sqrt[3]{x} \ln x = \frac{\ln x}{x^{-\frac{1}{3}}}$

13.  $\lim_{x \rightarrow \infty} -(x+1)(e^{\frac{1}{x+1}} - 1);$

**Suggerimento :**  $-(x+1)(e^{\frac{1}{x+1}} - 1) = -\frac{e^{\frac{1}{x+1}} - 1}{\frac{1}{x+1}}$

14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\tan x};$

15.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cos x}{x};$

**Suggerimento :**  $|\cos x| \leq 1$

16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} - \cos x$ ;  
**Suggerimento** :  $\sqrt{x} - \cos x \geq \sqrt{x} - 1$

17.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$ ;  
**Suggerimento** :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

18.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin x}$ ;

19.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\ln(1+x)}$ ;  
**Suggerimento** :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

20.  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (1 + \frac{1}{2x})^{3x}$ ;  
**Suggerimento** :  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$

21.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x + \log x}{2x^3 + x}$

22.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + e^x}{2x^3 + \ln x^2}$

23.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \ln(1 + e^{-7x})$

24.  $\lim_{x \rightarrow 3+} \frac{(x^2 - 6x + 9)^2}{(e^{x^2 - 9} - 1)^4}$

25.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^{18} + x^6)e^{-x^6} + \sin(-\pi + \frac{1}{x^9})$

26.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + 8}$

27.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$

28.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x+2}{x} \right)^{\frac{x^4+1}{x^3+5}}$

29.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)\sqrt{\sin x}}{(1-\cos x)(\sqrt{e^x-1})}$

30.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(e^x - e^{-x}) - 1}{\sin x^2}$

31.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} 2^{-1/x}$

32.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{-1/x}$

## Ex.2

Trovare gli asintoti per le seguenti funzioni

1.  $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$

2.  $f(x) = \frac{x^4}{x^2-9}$

3.  $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$

4.  $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{e^x}$

## Ex.3

Utilizzando la serie geometrica discutere il comportamento delle seguenti serie ed eventualmente calcolarne la somma.

1.  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1};$

2.  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^n+3^n}{5^n}\right)^n;$

3.  $\sum_{n=0}^{\infty} (\ln \alpha)^n \text{ con } \alpha \in (0, +\infty);$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+\alpha}\right)^n;$