

ESERCITAZIONE

MATEMATICA GENERALE

CLEMIF

Dott. Stefano Marini

17/11/2016, A.A. 2016/2017

Studio di Funzioni

Date le funzioni :

1. $f(x) = \frac{e^{-x}}{\sqrt{2-x}}$

2. $f(x) = \ln\left(\frac{\cos x}{\sin x - 1}\right)$

3. $f(x) = e^{\frac{x-1}{x^2-4}}$

stabilire per ciascuna di esse:

a] Dominio e segno;

b] Limiti e asintoti;

c] Determinazione punti critici (ovvero stazionari);

d] Studio massimi e minimi;

e] Tracciare un grafico qualitativo (lo studio di eventuali flessi é opzionale).

Teorema di Rolle

Data la funzione f e l'intervallo I , determinare se il teorema di Rolle garantisce l'esistenza di un $c \in I$ tale che $f'(c) = 0$, nei seguenti casi:

- $f(x) = x^3$, $I = [-2, 2]$

- $f(x) = 2^x$, $I = [0, 1]$

- $f(x) = \begin{cases} 1 & , x \leq -1 \\ x^2 & , -1 < x < 1 \\ 1 & , x \geq 1 \end{cases} \quad , I = [-1, 1]$

- $f(x) = \begin{cases} -2(x-a) & , x \leq a \\ 0 & , a < x < b \\ 2(x-b) & , x \geq b \end{cases} \quad , I = [a, b]$

Teorema di Lagrange

1. Trova un valore di $c \in I$ che soddisfa la tesi del teorema di Lagrange per

$$f(x) = -2x^3 + 6x - 2, \quad I = [-2, 2]$$

2. Utilizzando il teorema di Lagrange provare che per ogni due numeri reali a e b vale

$$|\cos a - \cos b| \leq |a - b|$$

Esercizi sulle approssimazioni con la formula di Taylor

1. Utilizzando lo sviluppo di Taylor di e^x in 0, calcolare \sqrt{e} in modo che l'errore nell'approssimazione sia minore di 0,01.
2. Utilizzando lo sviluppo di Taylor di $\ln(x+1)$ in 0 calcolare $\ln(1.2)$ in modo che l'errore sia minore di 0,001.