

# ESERCITAZIONE

## MATEMATICA GENERALE

### CLEF

Dott. Stefano Marini & Dott. Gianluca Marzo

26/10/2017, A.A. 2017/2018

#### Continuità

**Esercizio 1.** Verificare se le seguenti funzioni sono continue:

$$1. f(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq 0 \\ x + 1, & x > 0 \end{cases};$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 2x - 7, & x \leq 0 \\ 3x^2 - 7 & 0 < x < e \\ e^2 \ln(x^3) - \ln(x^7), & x \geq e \end{cases};$$

$$3. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x > 0 \\ x, & x = 0 \end{cases};$$

$$4. f(x) = \begin{cases} e^{x-1}, & 0 \leq x < 1 \\ e^{-x} - e, & x \geq 1 \end{cases};$$

$$5. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^4}, & x = 0 \\ (1 - \frac{x}{4})^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0. \end{cases};$$

$$6. f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+2x)}{x}, & -1 < x < 0 \\ 2\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}), & x \geq 0. \end{cases};$$

$$7. f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \frac{x^2}{1-e^{-x^2}}, & x < 0 \\ 1 - \sin(x + \frac{\pi}{6}), & x \geq 0. \end{cases};$$

$$8. f(x) = \begin{cases} \frac{|x|-x^2}{x}, & x < 0 \\ \ln(x + \frac{1}{e}), & x \geq 0. \end{cases};$$

**Esercizio 2.** Trovare (se esistono) i valori del parametro reale per i quali  $f(x)$  è continua:

$$1. f(x) = \begin{cases} 2x^2, & x \leq 2 \\ \alpha x, & x > 2 \end{cases};$$

$$2. f(x) = \begin{cases} \alpha x - 1, & x > 0 \\ x + 1, & x \leq 0 \end{cases};$$

$$3. f(x) = \begin{cases} \alpha, & x = 0 \\ (1 + \frac{e}{x})^x, & x \neq 0 \end{cases}$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 7^{\frac{1}{x}} + k, & x < 0 \\ \frac{e^{2x}-1}{x}, & x \neq 0 \end{cases}$$

$$5. f(x) = \begin{cases} \frac{e^{(x-1)}-1}{x^2-1}, & x < 1 \\ e^{(x-1)} + kx, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} \alpha\sqrt{x+4} - 6, & -4 \leq x < 0 \\ \ln(\beta x + 1) + 2\beta, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$7. f(x) = \begin{cases} (2-k)x + 1, & x \leq 0 \\ \log(x-k), & x > 0 \end{cases}$$

## Calcolo delle Derivate e Derivabilità

**Esercizio 3.** Calcolare la derivata  $f'(x)$  delle seguenti funzioni

$$1. f(x) = x^3 + x^{-2} + x^{\frac{2}{3}}$$

$$2. f(x) = x^6 + 3x^2 + \frac{1}{4} - 1$$

$$3. f(x) = 1000 + \frac{3}{x^4}$$

$$4. f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$$

$$5. f(x) = x \ln x$$

$$6. f(x) = \frac{2x}{1-x^2}$$

$$7. f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$$

$$8. f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$9. f(x) = x \sin(x) + e^x \log(x) + 2$$

$$10. f(x) = \sqrt[3]{x} \cos(2x)$$

$$11. f(x) = (x^2 - 8x + 6) \log(x)$$

$$12. f(x) = (x^2 + \log(x))e^x$$

$$13. f(x) = \sqrt{x+1} \log(x+1)$$

$$14. f(x) = \frac{e^x}{3-5e^{x^2}}$$

$$15. f(x) = \sqrt{e^x - 2}$$

$$16. f(x) = \log(x) \sin(x)$$

$$17. f(x) = \sqrt{\frac{2}{x-1}}$$

$$18. f(x) = \sqrt{\frac{x^3-1}{x+1}}$$

$$19. f(x) = \frac{1}{x}e^{2x-1}$$

$$20. f(x) = \log(e^2x + x)$$

$$21. f(x) = e^{\frac{x-1}{x+2}}$$

$$22. f(x) = \log(\log(x))$$

$$23. f(x) = \log\left(\frac{\sqrt{x-1}}{x^2-x+1}\right)$$

$$24. f(x) = x^2 \log(x) \sin(x)$$

$$25. f(x) = \frac{(x^2+1)e^{-x^2}}{\log(x)}$$

**Esercizio 4.** Verificare se le seguenti funzioni sono derivabili:

$$1. f(x) = |x|, \text{ in } x = 0 \text{ e } x = 1;$$

$$2. f(x) = \sqrt{2x-3}, \text{ in } x = \frac{3}{2};$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4, & x \leq 0 \\ x + 4, & x > 0 \end{cases} ;$$

$$4. f(x) = \begin{cases} x \ln x, & x > e \\ 2x - e, & x \leq e \end{cases} ;$$

$$5. f(x) = \begin{cases} x + 3, & x > 0 \\ x + 4 & x \leq 0 \end{cases}$$

6. Determinare i valori del parametro per i quali si abbia anche derivabilità per le funzioni dell'**Esercizio ??**.

7. Determinare i valori del parametro reale  $k$  per cui si abbia derivabilità

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x > 0 \\ 2kx + k, & x \leq 0 \end{cases} .$$

8. Determinare i valori dei parametri reali  $\alpha, \beta$  per cui si abbia derivabilità

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+3}{x}, & x > 0 \\ 2\alpha x + \beta, & x \leq 0 \end{cases} .$$

9. Determinare i valori dei parametri reali  $a, b, c$  per cui si abbia derivabilità

$$f(x) = \begin{cases} 2a^2x^2 + bx, & x < 0 \\ cx, & x \geq 0 \end{cases} .$$