

ESERCITAZIONE

MATEMATICA GENERALE

CLEMIF

Dott. Stefano Marini & Dott. Gianluca Marzo

09/11/2017, A.A. 2017/2018

Teoremi di Rolle e Lagrange

Esercizio 1. Stabilire se il teorema di **Rolle** è applicabile alle funzioni elencate di seguito nell'intervallo indicato. In caso **affermativo** si determinino le ascisse dei punti che verificano il teorema, in caso **negativo** si spieghi il perchè.

- (1) $f(x) = x^2 - 2x + 2,$ $x \in [-1, 3];$
- (2) $f(x) = |x - 2|,$ $x \in [-4, 4];$
- (3) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x + 1},$ $x \in [0, 2];$
- (4) $f(x) = \sqrt{3x - x^2},$ $x \in [0, 3];$
- (5) $f(x) = e^{-x^2},$ $x \in [-2, 2].$

Esercizio 2. Stabilire se il teorema di **Lagrange** è applicabile alle funzioni elencate di seguito nell'intervallo indicato. In caso **affermativo** si determinino le ascisse dei punti che verificano il teorema, in caso **negativo** si spieghi il perchè.

- (6) $f(x) = \sqrt{7 - x},$ $x \in [4, 7];$
- (7) $f(x) = \sqrt{e^x - 1},$ $x \in [-1, 1];$
- (8) $f(x) = \frac{2x}{1 - x},$ $x \in [-5, 0];$
- (9) $f(x) = \ln(2x),$ $x \in [2, 5];$
- (10) $f(x) = \ln(x^2 + 1),$ $x \in [0, 2].$

Esercizio 3. Determinare il valore dei parametri reali in modo che sia applicabile il teorema di **Rolle**:

$$(11) \quad f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax - 1 & x \in [-2, 1] \\ bx^3 - 2x + c & x \in (1, 3] \end{cases},$$

$$(12) \quad f(x) = ax^3 - (a^2 - 1)x^2 + (a + 1)x - a, \quad x \in [a, 1].$$

Studio di Funzione

Esercizio 4. Studiare la funzione $f(x)$, nei casi elencati, e tracciarne un grafico qualitativo, cioè determinare:

- a) Dominio e segno di f ;
- b) Limiti agli estremi del dominio e asintoti;
- c) Punti critici (ovvero stazionari);
- d) Stabilire la natura dei punti critici, se di massimo, minimo o flesso per f ;
- e) Tracciare il grafico di f .

(1) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$;

(2) $f(x) = x^4 - 1$;

(3) $f(x) = x - e^{-\frac{1}{x}}$;

(4) $f(x) = (x + 1) \log(x + 1)$;

(5) $f(x) = \frac{2x^3 - 1}{x^2 + 1}$;

(6) $f(x) = e^{\sqrt{\frac{1-x}{2+x}}}$;

(7) $f(x) = e^{2x} - 3e^x + 2$;

(8) $f(x) = x + \ln(x^2 - 5x + 6)$;

(9) $f(x) = \sqrt{1 + \ln(2 - x^2)}$;

(10) $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + x}{4 - x^2}\right)$;

(11) $f(x) = \frac{e^{-x}}{1 - 5x}$;

(12) $f(x) = x \cdot e^{\frac{1-x}{x+2}}$;

(13) $f(x) = \frac{3\sqrt{x}}{x+3}$;

(14) $f(x) = \log(\sqrt{x+1})$;

(15) $f(x) = \log(x^2 - 1)$.