

ESERCITAZIONE di
MATEMATICA GENERALE - CLEF
Prof.ssa Tessitore

Tutor: Dott. Dario Antolini e Dott. Gianluca Marzo

20/09/2018, A.A. 2018/2019

Teoria degli Insiemi per i Numeri Reali \mathbb{R}

Es. 1. Si rappresentino in modo **Grafico** e sotto forma **Intervallo** i seguenti insiemi:

- (1) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 0\}$
- (2) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -5\}$
- (3) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{\pi}{2}\}$
- (4) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 5\}$
- (5) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{5}{7}, x \geq \sqrt{3}\}$
- (6) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$
- (7) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} < x \leq 3\}$
- (8) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{6}{5} \leq x \leq -\sqrt{3}\}$
- (9) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$
- (10) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$
- (11) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$
- (12) $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{\pi}{2} < x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$
- (13) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = -\sqrt{2}\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > \sqrt{2}\}$

Es. 2. Per ciascuna delle seguenti coppie di insiemi **A**, **B**, si calcoli il risultato delle seguenti operazioni su insiemi:

– \mathbf{A}^c , \mathbf{B}^c ; $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$ $\mathbf{A}^c \cap \mathbf{B}$, $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}^c$, $\mathbf{A}^c \cap \mathbf{B}^c$; $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$ $\mathbf{A}^c \cup \mathbf{B}$, $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}^c$, $\mathbf{A}^c \cup \mathbf{B}^c$.
Inoltre si rappresenti ciascuno di tali insiemi sulla **Retta Orientata** \mathbb{R} e sotto forma di **Intervallo**.

- (1) $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$, $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.
- (2) $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$, $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$.
- (3) $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{2} \leq x < \pi\}$, $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3}{2}\pi < x \leq 2\pi\}$.
- (4) $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} \cup \{x = 3\}$, $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 5\}$.
- (5) $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < 7\}$.

Es. 3. Calcolare il risultato delle seguenti operazioni sugli insiemi dati e rappresentarli **Graficamente** e sotto forma di **Intervallo**:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \mathbf{A} &= \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}, & \mathbf{B} &= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}, \\ \mathbf{C} &= \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}, & \mathbf{D} &= \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 5\}. \end{aligned}$$

$$(1) \quad \mathbf{A}^c, \quad \mathbf{B}^c, \quad \mathbf{C}^c, \quad \mathbf{D}^c;$$

$$(2) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{D}) \cap (\mathbf{C}^c \cup \mathbf{B}^c)$$

$$(3) \quad \mathbf{A} \cap \mathbf{B}^c \cap \mathbf{D}^c$$

$$(4) \quad (\mathbf{C}^c \cup \mathbf{A}) \setminus \mathbf{D}^c$$

$$(5) \quad (\mathbf{A} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{D}) \cup \mathbf{B}$$

$$(6) \quad (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) \cap \mathbf{D}$$

$$(7) \quad \mathbf{B} \cup (\mathbf{C} \cap \mathbf{D})^c$$

$$(8) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}^c) \setminus \mathbf{D}$$

$$(9) \quad \mathbf{A} \setminus (\mathbf{B}^c \cap \mathbf{C}^c)$$

$$(3.2) \quad \mathbf{A} = [-4, 0], \quad \mathbf{B} = (-\pi, 6], \quad \mathbf{C} = \left(\frac{7}{8}\pi, +\infty\right).$$

$$(1) \quad \mathbf{A}^c, \mathbf{B}^c, \mathbf{C}^c$$

$$(2) \quad \mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap \mathbf{C}$$

$$(3) \quad \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \cup \mathbf{C}$$

$$(4) \quad \mathbf{B} \cap \mathbf{A},$$

$$(5) \quad \mathbf{A}^c \cap \mathbf{B}^c,$$

$$(6) \quad \mathbf{A} \cap \mathbf{C}^c$$

$$(7) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap \mathbf{C},$$

$$(8) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{B})^c \cap \mathbf{C},$$

$$(9) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap \mathbf{C}^c$$

$$(10) \quad \mathbf{B} \cup \mathbf{C}, \mathbf{B} \cap \mathbf{C}^c$$

Funzioni tra Insiemi Numerici: Iniettività e Suriiettività

Es. 4. Nei seguenti esercizi stabilire quali delle seguenti funzioni sia o meno **Iniettiva**, **Suriiettiva** o entrambe (e quindi **Biiettiva**/**Biunivoca**):

(1) Sia f la funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tale che $f(n) = n^2$.

(2) Sia f la funzione $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tale che $f(x) = x^2$.

(3) Sia $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tale che $f(x) = -3x + 1$.

(4) Sia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ tale che $f(n) = \frac{1}{n}$.

(5) Sia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ tale che $f(n) = \frac{n-1}{n+1}$.

(6) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = x^3$.

(7) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = x^2 - \pi$.

(8) Sia $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(n) = \sqrt{n}$.