

**ESERCITAZIONE di**  
**MATEMATICA GENERALE - CLEF**  
**Prof.ssa Tessitore**

Tutor: Dott. Dario Antolini e Dott. Gianluca Marzo

20/09/2018, A.A. 2018/2019

**Teoria degli Insiemi per i Numeri Reali  $\mathbb{R}$**

**Es. 1.** Si rappresentino in modo **Grafico** e sotto forma **Intervallo** i seguenti insiemi:

- (1)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 0\}$
- (2)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x > -5\}$
- (3)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{\pi}{2}\}$
- (4)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 5\}$
- (5)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{5}{7}, x \geq \sqrt{3}\}$
- (6)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$
- (7)  $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} < x \leq 3\}$
- (8)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{6}{5} \leq x \leq -\sqrt{3}\}$
- (9)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$
- (10)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$
- (11)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$
- (12)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{\pi}{2} < x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$
- (13)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = -\sqrt{2}\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > \sqrt{2}\}$

**Es. 2.** Per ciascuna delle seguenti coppie di insiemi **A**, **B**, si calcoli il risultato delle seguenti operazioni su insiemi:

–  $\mathbf{A}^c$ ,  $\mathbf{B}^c$ ;  $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$   $\mathbf{A}^c \cap \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}^c$ ,  $\mathbf{A}^c \cap \mathbf{B}^c$ ;  $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$   $\mathbf{A}^c \cup \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}^c$ ,  $\mathbf{A}^c \cup \mathbf{B}^c$ .

Inoltre si rappresenti ciascuno di tali insiemi sulla **Retta Orientata**  $\mathbb{R}$  e sotto forma di **Intervallo**.

- (1)  $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ ,  $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ .
- (2)  $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$ ,  $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$ .
- (3)  $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{\pi}{2} \leq x < \pi\}$ ,  $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{3}{2}\pi < x \leq 2\pi\}$ .
- (4)  $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} \cup \{x = 3\}$ ,  $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 5\}$ .
- (5)  $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < 7\}$ .

**Es. 3.** Calcolare il risultato delle seguenti operazioni sugli insiemi dati e rappresentarli **Graficamente** e sotto forma di **Intervallo**:

$$(3.1) \quad \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 3\}, \quad \mathbf{B} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\}, \\ \mathbf{C} = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}, \quad \mathbf{D} = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 5\}.$$

$$(1) \quad \mathbf{A}^c, \quad \mathbf{B}^c, \quad \mathbf{C}^c, \quad \mathbf{D}^c;$$

$$(2) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{D}) \cap (\mathbf{C}^c \cup \mathbf{B}^c)$$

$$(3) \quad \mathbf{A} \cap \mathbf{B}^c \cap \mathbf{D}^c$$

$$(4) \quad (\mathbf{C}^c \cup \mathbf{A}) \setminus \mathbf{D}^c$$

$$(5) \quad (\mathbf{A} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{D}) \cup \mathbf{B}$$

$$(6) \quad (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) \cap \mathbf{D}$$

$$(7) \quad \mathbf{B} \cup (\mathbf{C} \cap \mathbf{D})^c$$

$$(8) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}^c) \setminus \mathbf{D}$$

$$(9) \quad \mathbf{A} \setminus (\mathbf{B}^c \cap \mathbf{C}^c)$$

$$(3.2) \quad \mathbf{A} = [-4, 0], \quad \mathbf{B} = (-\pi, 6], \quad \mathbf{C} = \left(\frac{7}{8}\pi, +\infty\right).$$

$$(1) \quad \mathbf{A}^c, \mathbf{B}^c, \mathbf{C}^c$$

$$(2) \quad \mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap \mathbf{C}$$

$$(3) \quad \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \cup \mathbf{C}$$

$$(4) \quad \mathbf{B} \cap \mathbf{A},$$

$$(5) \quad \mathbf{A}^c \cap \mathbf{B}^c,$$

$$(6) \quad \mathbf{A} \cap \mathbf{C}^c$$

$$(7) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap \mathbf{C},$$

$$(8) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{B})^c \cap \mathbf{C},$$

$$(9) \quad (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap \mathbf{C}^c$$

$$(10) \quad \mathbf{B} \cup \mathbf{C}, \mathbf{B} \cap \mathbf{C}^c$$

## Funzioni tra Insiemi Numerici: Iniettività e Suriiettività

**Es. 4.** Nei seguenti esercizi stabilire quali delle seguenti funzioni sia o meno **Iniettiva**, **Suriettiva** o entrambe (e quindi **Biiettiva/Biunivoca**):

(1) Sia  $f$  la funzione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  tale che  $f(n) = n^2$ .

(2) Sia  $f$  la funzione  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  tale che  $f(x) = x^2$ .

(3) Sia  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  tale che  $f(x) = -3x + 1$ .

(4) Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$  tale che  $f(n) = \frac{1}{n}$ .

(5) Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$  tale che  $f(n) = \frac{n-1}{n+1}$ .

(6) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(x) = x^3$ .

(7) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(x) = x^2 - \pi$ .

(8) Sia  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(n) = \sqrt{n}$ .