

ESERCITAZIONE di MATEMATICA GENERALE - CLEF

Prof.ssa Tessitore (canale M - Z)

Tutor: Dott. Marzo (M - Pi, T5) & Dott. Ricciardi (Po - Z, T7)

26/09/2019 - A.A. 2019/2020

Teoria degli Insiemi per i Numeri Reali \mathbb{R}

Es. 1. Si rappresentino in modo **Grafico** e sotto forma **Intervallo** i seguenti insiemi:

- | | |
|--|--|
| (1) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 5\}$ | (6) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$ |
| (2) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{5}{7}, x \geq \sqrt{3}\}$ | (7) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$ |
| (3) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -2\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$ | (8) $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 1\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$ |
| (4) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x < 3\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} < x \leq 3\}$ | (9) $\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{\pi}{2} < x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\}$ |
| (5) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{6}{5} \leq x \leq -\sqrt{3}\}$ | (10) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = -\sqrt{2}\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid x > \sqrt{2}\}$ |

Es. 2. Per ciascuna delle seguenti coppie di insiemi **A**, **B**, si calcoli il risultato delle seguenti operazioni su insiemi:

- A^c , B^c ; $A \cap B$, $A^c \cap B$, $A \cap B^c$, $A^c \cap B^c$; $A \cup B$, $A^c \cup B$, $A \cup B^c$, $A^c \cup B^c$.

Si rappresenti ciascuno di tali insiemi sulla **Retta Orientata** \mathbb{R} e sotto forma di **Intervallo**.

- (1) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{2}{5}\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$.
(2) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$.
(3) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\} \cup \{x = 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 < x < 5\}$.
(4) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < 7\}$.

Es. 3. Calcolare il risultato delle seguenti operazioni sugli insiemi dati e rappresentarli **Graficamente** e sotto forma di **Intervallo**:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} A &= \{x \in \mathbb{R} \mid -7 \leq x < 1\}, & B &= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}, \\ C &= \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}, & D &= \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x \leq 3\}. \end{aligned}$$

- | | |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| (1) A^c , B^c , C^c , D^c ; | (6) $(B \cup C) \cap D$ |
| (2) $(A \cup D) \cap (C^c \cup B^c)$ | (7) $B \cup (C \cap D)^c$ |
| (3) $A \cap B^c \cap D^c$ | (8) $(A \cup B^c) \setminus D$ |
| (4) $(C^c \cup A) \setminus D^c$ | (9) $A \setminus (B^c \cap C^c)$ |
| (5) $(A \cap C \cap D) \cup B$ | |

- (3.2) $\mathbf{A} = \left[-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right], \quad \mathbf{B} = \left(-\frac{3}{4}, \frac{15}{3}\right], \quad \mathbf{C} = \left(\frac{19}{8}\pi, +\infty\right).$
- (1) $\mathbf{A}^c, \mathbf{B}^c, \mathbf{C}^c$ (7) $\mathbf{B} \cup \mathbf{C}$
 (2) $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap \mathbf{C}$ (8) $\mathbf{B} \cap \mathbf{C}^c$
 (3) $\mathbf{A} \cup \mathbf{B} \cup \mathbf{C}$ (9) $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap \mathbf{C},$
 (4) $\mathbf{B} \cap \mathbf{A},$ (10) $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B})^c \cap \mathbf{C},$
 (5) $\mathbf{A}^c \cap \mathbf{B}^c,$ (11) $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap \mathbf{C}^c$
 (6) $\mathbf{A} \cap \mathbf{C}^c$

Topologia della Retta Reale \mathbb{R}

Es. 4. Per ciascuno dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} si dica se sono **Aperti**, **Chiusi** o né **Aperti** né **Chiusi**. Inoltre si calcoli l'**Interno**, la **Frontiera**, i **Punti di Accumulazione** :

- (1) $(-\infty, +\infty)$ (10) $[1, 3) \cup [3, 5]$
 (2) \emptyset (11) $(1, 2) \cup [-1, 0]$
 (3) $(-1, 0)$ (12) $(-\infty, -1]^c$
 (4) $[-2, 2]$ (13) $[0, 2] \cup (2, 6)$
 (5) $(0, 5]$ (14) $[0, 5] \cap [5, 10]$
 (6) $(-\infty, -8]$ (15) $[-1, \sqrt{3}] \cap [0, \frac{3}{2}]$
 (7) $\{\pi\}$ (16) $[0, \sqrt{13}] \setminus \mathbb{N}$
 (8) $\{e\}^c$ (17) $(-\infty, -1) \cup \{0\} \cup [\frac{1}{10}, 1]$
 (9) $\{3\} \cup [0, 1]$ (18) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{N}$

Ricerca di Estremi di un Insieme

Es. 5. Dire se i seguenti insiemi sono limitati **inferiormente** o **superiormente** e, in caso affermativo, trovare l'**estremo inferiore** o l'**estremo superiore**.

Dire se si tratta di **minimi** o **massimi**.

- (1) $[-3, +\infty) \subseteq \mathbb{R}$ (8) $\mathbf{A}'' = \left\{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N}\right\}$
 (2) $(-1, 0) \subseteq \mathbb{R}$ (9) $\mathbf{B} = \left\{\frac{2n}{n^2+1} : n \in \mathbb{N}\right\}$
 (3) $[-\sqrt{2}, 3] \subseteq \mathbb{R}$ (10) $\mathbf{C} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 2\}$
 (4) $[-\sqrt{3}, \frac{7}{2}] \cap \mathbb{Q}$ (11) $\mathbf{D} = \{n - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$
 (5) $[-2, 1] \cap \mathbb{N}$ (12) $\mathbf{E} = \{n^2 + 3n - 1 : n \in \mathbb{N}\}$
 (6) $\mathbf{A} = \left\{\frac{1}{n+2} : n \in \mathbb{N}\right\}$ (13) $\mathbf{F} = \{2^x : x \in \mathbb{R}\}$
 (7) $\mathbf{A}' = \mathbf{A} \cup [0, 1]$