ESERCITAZIONE di MATEMATICA GENERALE - CLEF

Prof.ssa Tessitore (canale **M - Z**)

Tutor: Dott. Marzo (**M - Pi**, **P4**) & Dott. Ricciardi (**Po - Z**, **T7**)

28/11/2019 - A.A. 2019/2020

Es. 1. Calcolare il determinante delle seguenti matrici 2×2.

(1.a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 7 & -3 \end{pmatrix}$ (1.c) $\begin{pmatrix} -12 & 3 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$ (1.e) $\begin{pmatrix} 1 & \frac{12}{7} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$ (1.g) $\begin{pmatrix} 45 & 9 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$

(1.b) $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ (1.d) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ (1.f) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ (1.h) $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{3}{5} \\ -\frac{7}{6} & \frac{7}{9} \end{pmatrix}$

Es. 2. Calcolare il determinante delle seguenti matrici utilizzando il metodo di Sarrus.

(2.a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2/5 \\ 5/2 & 5 & -1/5 \\ 0 & 1 & -1/7 \end{pmatrix}$ [−8/35] (2.c) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & 6 \\ -1 & -7 & 2 \end{pmatrix}$ [0] (2.e) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2/3 \\ 1/9 & -1/3 & 1/9 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ [2/27]

(2.b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ [2] (2.d) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 9 & -9 & -9 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ [0] (2.f) $\begin{pmatrix} 1 & 3/2 & 2/3 \\ 4/3 & -7/2 & 1/6 \\ -1/3 & 5 & 1/2 \end{pmatrix}$ [0]

Es. 3. Calcolare il determinante delle seguenti matrici utilizzando il metodo di Laplace.

(3.a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3/5 \\ 1 & 7 & -1 \\ -1/7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ [−32/5]

(3.b) $\begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \\ -1/3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ [1/3]

(3.c) $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ [0]

(3.d) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -7 & 0 & -1 & -2 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ [−8]

(3.e) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ -4 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ [6]

Es. 4. Calcolare il rango delle seguenti matrici utilizzando il Teorema di Kronecker.

(4.a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$. [2]

(4.b) $\begin{pmatrix} \pi & -3 \\ 2\pi & -6 \end{pmatrix}$. [1]

(4.c) $\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. [2]

(4.d) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & -2 \\ 1/3 & -2/3 \end{pmatrix}$. [1]

(4.e) $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & -6 & -8 \end{pmatrix}$. [2]

(4.f) $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 7 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -14 & 4 \end{pmatrix}$. [3]

(4.g) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. [2]

(4.h) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. [2]

(4.i) $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. [4]

Es. 5. Calcolare la matrice inversa, quando esiste, delle seguenti matrici & degli esercizi **1**, **2**, **3** e **4**.

(5.a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$. $\left[\begin{pmatrix} -1 & \frac{2}{3} \\ 1 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}\right]$

(5.b) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$. $[\nexists]$

(5.c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$ $\left[\begin{pmatrix} \frac{1}{10} & \frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}\right]$

(5.d) $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]$

(5.e) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. $\left[\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\right]$

(5.f) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. $\left[\begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{14} & -\frac{3}{14} \\ 0 & -\frac{2}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}\right]$

(5.g) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$. $\left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}\right]$

Es. 6. Determinare, se esistono, i valori dei parametri, a, b, c, $d \in \mathbb{R}$, affinchè le seguenti uguaglianze risultino valide.

1. $\begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,
2. $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$,
3. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$,
4. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,
5. $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$,
6. $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
7. $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$;
8. $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + +d \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Es. 7. Stabilire quali tra i sueguenti insiemi di vettori formano un insieme di vettori *Linearmente Indipendente* & se formano una *Base* del relativo spazio vettoriale.
Al contrario qualora non fosse un insieme di vettori Lin. Ind. determinare quali tra vettori dati siano lin. Ind. e trovare una combinazione lineare dei vettori dati che sia nulla e non banale.

$$E_1 = \{(2,1),(0,1),(1,1)\} \subseteq \mathbb{R}^2;$$

$$E_2 = \{(3,1),(4,2),(4,-2)\} \subseteq \mathbb{R}^2;$$

$$E_3 = \{(2,-7),(1,8)\} \subseteq \mathbb{R}^2;$$

$$E_4 = \{(2,-8),(\tfrac{1}{4},-1)\} \subseteq \mathbb{R}^2;$$

$$E_5 = \{(1,-4,1),(4,2,1),(3,5,6)\} \subseteq \mathbb{R}^3;$$

$$E_6 = \{(2,-3,7),(3,0,9),(1,3,2)\} \subseteq \mathbb{R}^3;$$

$$E_7 = \{(-1,7,-3),(-2,0,5),(0,8,0)\} \subseteq \mathbb{R}^3;$$

$$E_8 = \{(1,2,5,9),(9,2,1,0),(4,9,8,9),(4,-8,7,-3)\} \subseteq \mathbb{R}^4;$$

$$E_9 = \{(-3,1,4,1),(5,9,2,6),(5,3,5,8),(-9,7,9,3)\} \subseteq \mathbb{R}^4;$$

$$E_{10} = \{(0,3,-6,7),(8,7,9,-4),(4,1,17,1)\} \subseteq \mathbb{R}^4;$$

Es. 8. Dire se i seguenti sottoinsiemi di vettori sono una base per lo spazio vettoriale indicato. In caso negativo si determinino i vettori linearmente indipendenti e si esprimano i rimanenti come combinazione lineare di quelli Linearmente Indipendenti.

$$B_1 = \{(0,1),(3,-1)\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

$$B_2 = \{(-1,1),(1,-1)\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

$$B_3 = \{(3,1),(4,-1)\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

$$B_4 = \{(7,-4),(-2,\tfrac{8}{7})\} \subseteq \mathbb{R}^2$$

$$B_5 = \{(0,7,0),(7,1,0),(6,7,8)\} \subseteq \mathbb{R}^3$$

$$B_6 = \{(5,4,7),(5,2,4),(4,0,0)\} \subseteq \mathbb{R}^3$$

$$B_7 = \{(6,6,6),(2,1,3),(7,7,7)\} \subseteq \mathbb{R}^3$$

$$B_8 = \{(7,5,2),(1,0,-4),(8,4,8)\} \subseteq \mathbb{R}^3$$

$$B_9 = \{(-2,0,0,8),(5,-5,3,6),(9,2,3,1),(8,7,6,6)\} \subseteq \mathbb{R}^4$$

$$B_{10} = \{(-9,7,-4,0),(9,0,9,-1),(0,3,-4,0),(0,-2,4,3)\} \subseteq \mathbb{R}^4$$

$$B_{11} = \{(6,4,-4,0),(3,3,2,-6),(8,-8,7,0),(5,1,-1,1)\} \subseteq \mathbb{R}^4$$