

# ESERCITAZIONE di MATEMATICA GENERALE - CLEF

Prof.ssa Tessitore (canale **M - Z**)

Tutor: Dott. Marzo (**M - Pi, P4**) & Dott. Ricciardi (**Po - Z, T7**)

12/12/2019 - A.A. 2019/2020

## Massimi e minimi non vincolati di funzioni a più variabili

**Es. 1.** Delle seguenti funzioni a più variabili, determinare il gradiente  $\nabla f$ , la matrice Hessiana  $\text{Hess}(f)$ , quindi i punti critici di  $f$  e studiarne la loro natura (cioè dire se sono massimi, minimi o punti di sella relativi).

(1)  $f = 3x^2 + 2y^2$

(2)  $f = x^2 - y^2$

(3)  $f = xy$

(4)  $f = y(x^2 + x)$

(5)  $f = x^3 - 6y(x + y)$

(6)  $f = (2x - y)(3 - (2x - y)^2)$

(7)  $f = x^4 + (y - 1)^2$

(8)  $f = x^3 + y^3 + (1 + x + y)^3$

(9)  $f = \sqrt{x + y}$

(10)  $f = \sqrt{y - 2x + 1}$

(11)  $f = \sqrt{xy}\sqrt{xy - 1}$

(12)  $f = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

(13)  $f = \sqrt{2x^2 + 2y^2 - 8}$

(14)  $f = 1 - \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$

(15)  $f = \frac{x+1}{x-y}$

(16)  $f = \frac{xy}{x^2+y^2}$

(17)  $f = \frac{3x-2y+1}{x^2+y^2+3}$

(18)  $f = \frac{xy(x^2-y^2)}{x^2+y^2}$

(19)  $f = \frac{1}{\sqrt{x-y^2}}$

(20)  $f = -\frac{1}{\sqrt{3-x^2-y^2}}$

(21)  $f = (4x^2 - 2y)e^{x^2+y^2}$

(22)  $f = (x - y)e^{-(x^2+y^2)}$

(23)  $f = xe^{x^2y} + (\sin x)e^{3y}$

(24)  $f = e^{3x+2y}\sqrt{x^2 + y^2 - 5}$

(25)  $f = \log(x - y)$

(26)  $f = y \log x$

(27)  $f = \log(x^2 + y^2)$

(28)  $f = (x + 2) \log(y + 2)$

(29)  $f = x^2y^2 - \log y$

(30)  $f = \frac{1}{x} + \log(y - e^x)$

(31)  $f = \sqrt[3]{\log(x^2 + 2y^2 + 2)}$

(32)  $f = -\sin x \sin 2y$

(33)  $f = \cos(x^2 + y^2)$

(34)  $f = \cos \log(x^2 + y^2)$

# Massimi e minimi vincolati di funzioni a più variabili

**Es. 2.** Determinare i massimi e minimi delle funzioni relativamente al vincolo indicato.

(2.1)	$f(x, y) = x + y,$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \}$
(2.2)	$f(x, y) = x + y,$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \}$
(2.3)	$f(x, y) = x + y,$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1, x > 0, y > 0 \}$
(2.4)	$f(x, y) = xy,$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \}$
(2.5)	$f(x, y) = x^2 y,$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^4 + y^4 = 1 \}$
(2.6)	$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + y^2 - 1,$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 9 \}$
(2.7)	$f(x, y) = \sqrt{2x^2 - xy + y^2},$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 8 \}$
(2.8)	$f(x, y) = x^2 + y^2,$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + (y - 2)^2 - 20 = 0 \}$
(2.9)	$f(x, y) = 2x^2 + y^2 - x,$	$M = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \}$

## Autovalori e autovettori

**Es. 3.** Trovare gli autovalori e gli autovettori delle seguenti matrici.

1.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

6.

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 2 & 4 & 2 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

7.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

8.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & -2 & -2 \\ -4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

4.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

9.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

5.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$