



# Il lungo periodo

# L'impresa (price-taker)

Costi unitari in euro dei 2 fattori L e K sono **dati** ( $w^\circ$ ,  $r^\circ$ ) (perché l'impresa è assunta price-taker). Il costo totale (non necessariamente minimo) è pari a ?

$$(w^\circ L + r^\circ K)$$

Chiameremo **curva di isocosto** quel luogo di combinazioni di tecniche produttive fattore lavoro-fattore capitale tutte caratterizzate da uno **stesso costo** per l'imprenditore.

Quindi:

$$CT^0 = w^\circ L + r^\circ K$$

rappresenta il luogo delle combinazioni lavoro-capitale che hanno lo stesso costo totale  $CT^0$  euro.  
Possiamo riscrivere tale curva come:

Pendenza  
isocosto?

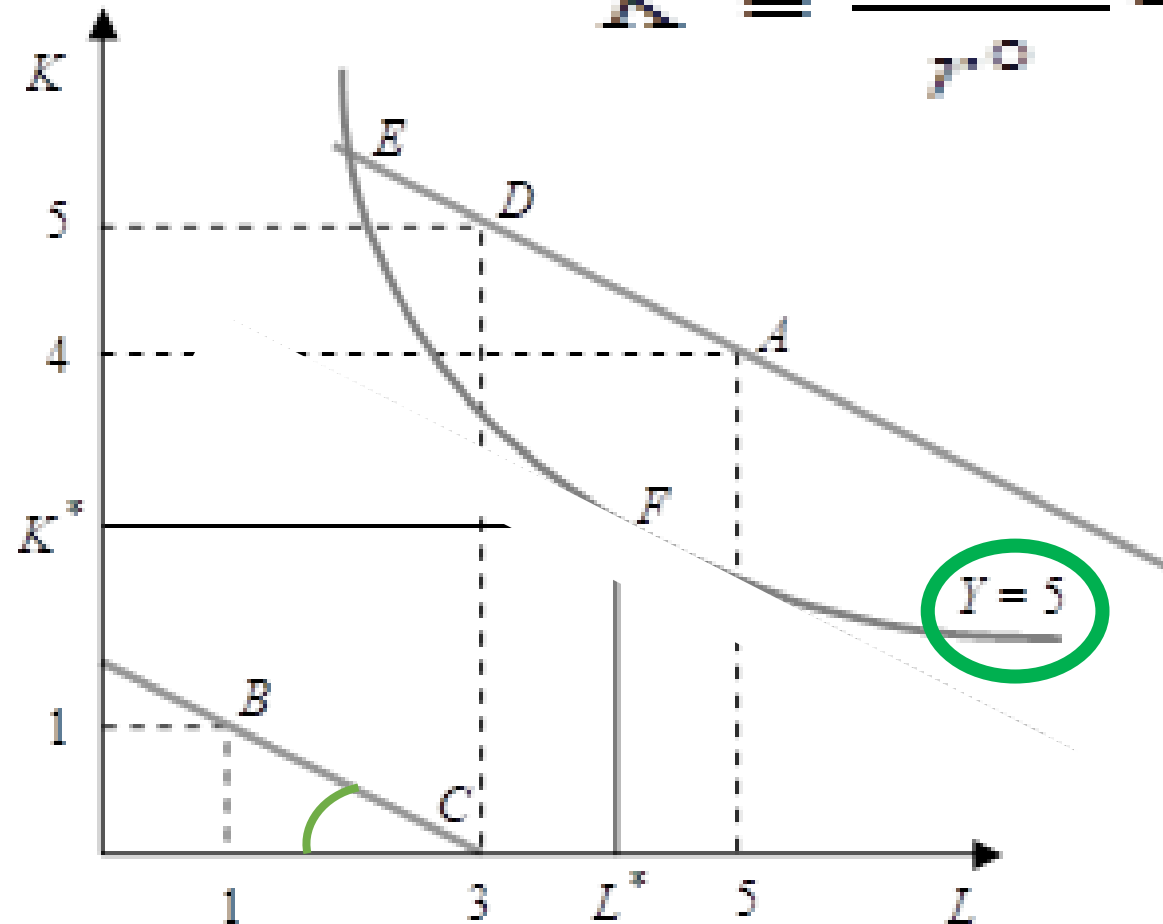
$$K = \frac{CT^0}{r^\circ} - \left( \frac{w^\circ}{r^\circ} \right) \times L$$

Decrescente? Perché?



# L'isocosto

$$K = \frac{CT^0}{r^0} - \left( \frac{w^0}{r^0} \right) \times L$$



Pendenza  
isocosto =  
 $-w^0/r^0$

E cosa sceglierò come  
tecnica  
**economicamente  
efficiente?**



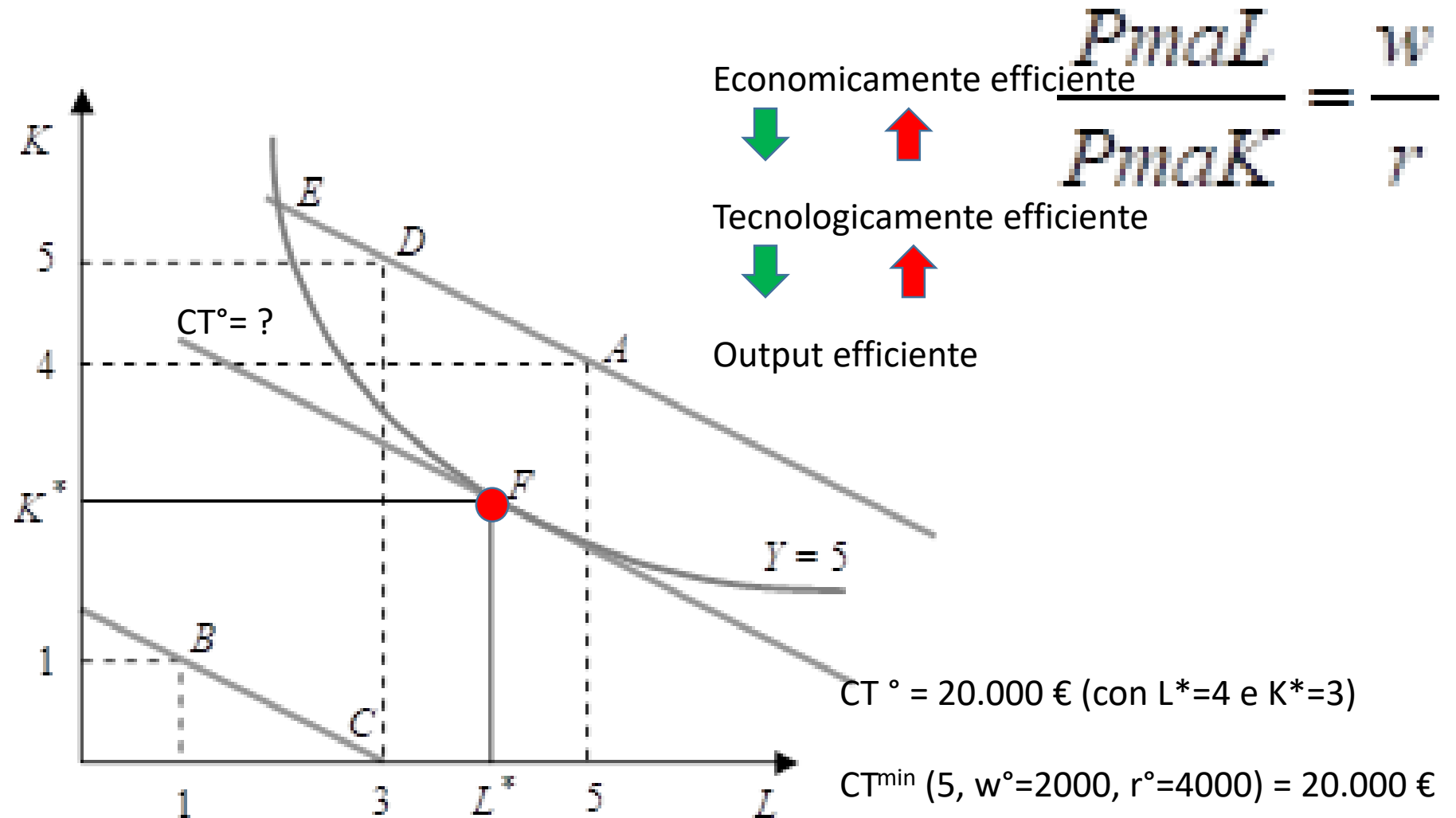
# La tecnica prescelta, economicamente efficiente

$$w^{\circ} = 2000 \text{ €}$$

$$r^{\circ} = 4000 \text{ €}$$

$$L^* = 4$$

$$K^* = 3$$



# Funzioni di costo BP e LP

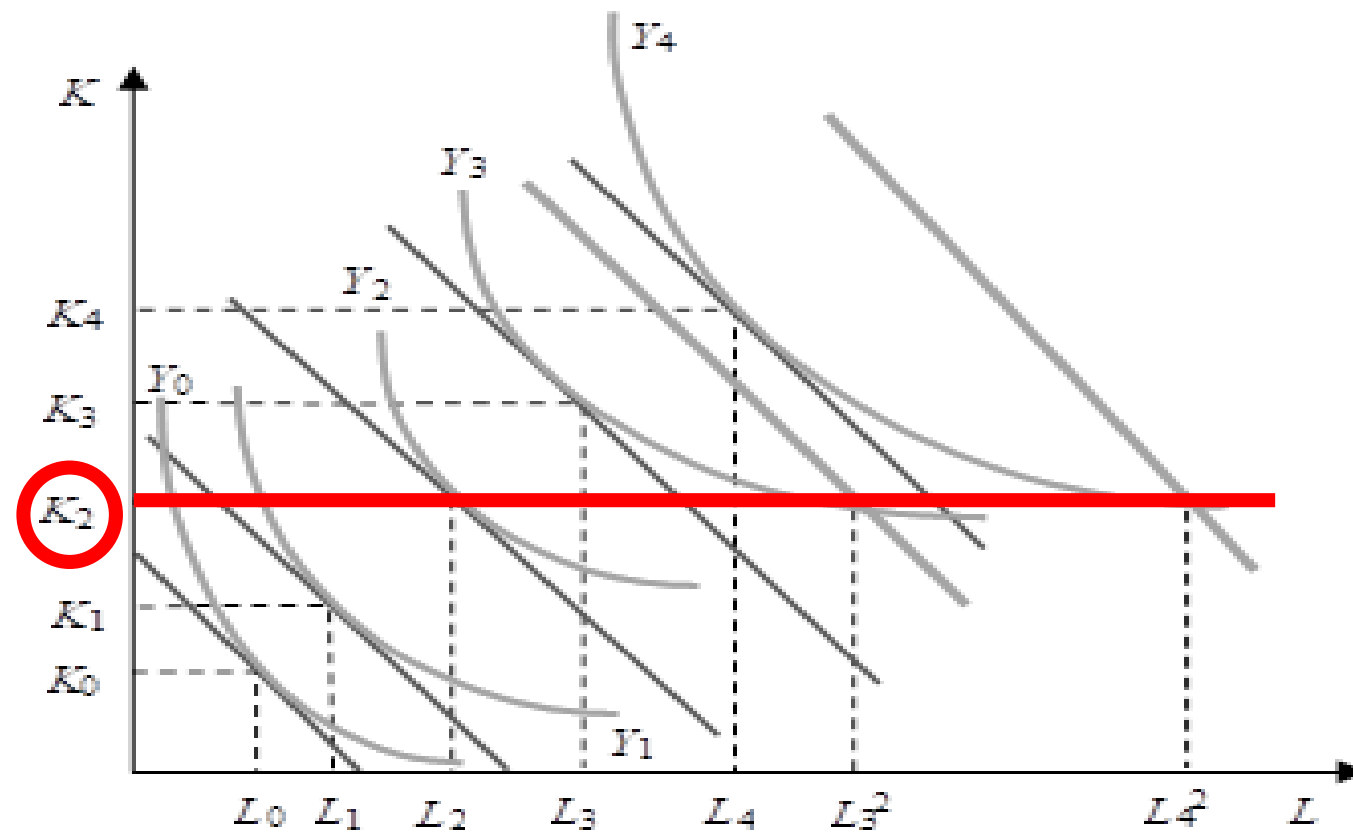


# Funzioni di costo BP



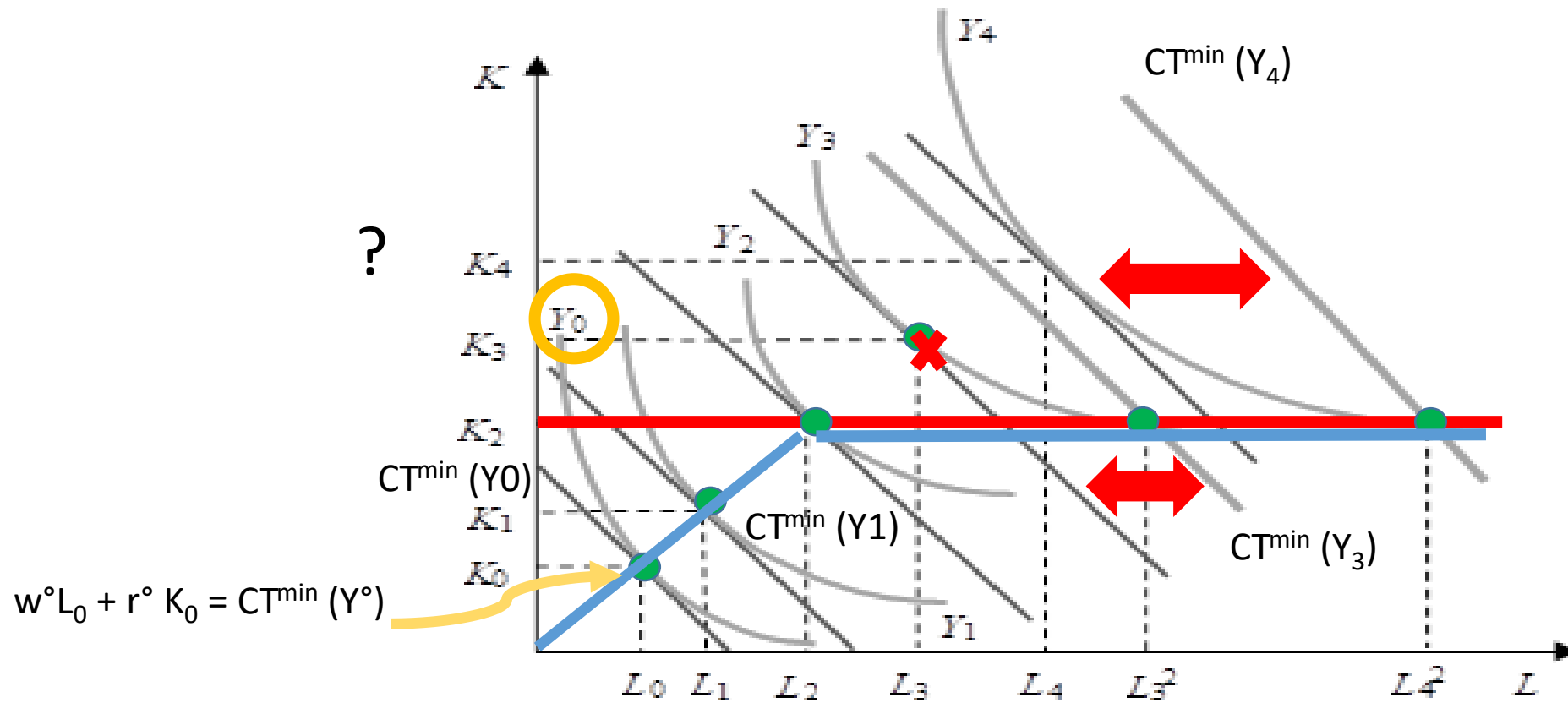


## BP: Input fisso





# Input fisso **costi recuperabili**: il sentiero di espansione della tecnologia di BP? (Sì subaffitto)





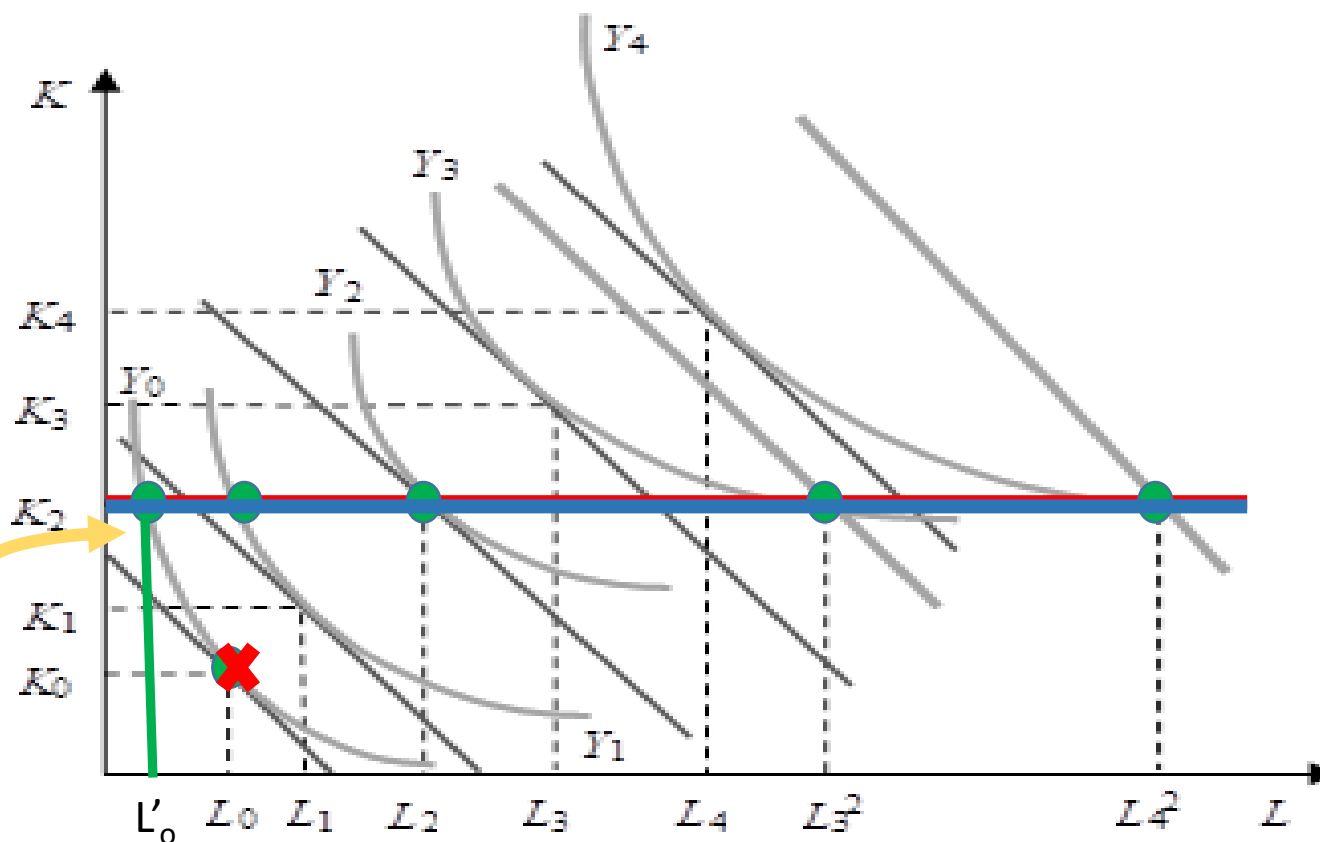
# Input fisso costi irrecuperabili, il sentiero di espansione della tecnologia? (No subaffitto)

Notate come i costi totali minimi dipendano da:

$Y, w^\circ, R^\circ K_2$

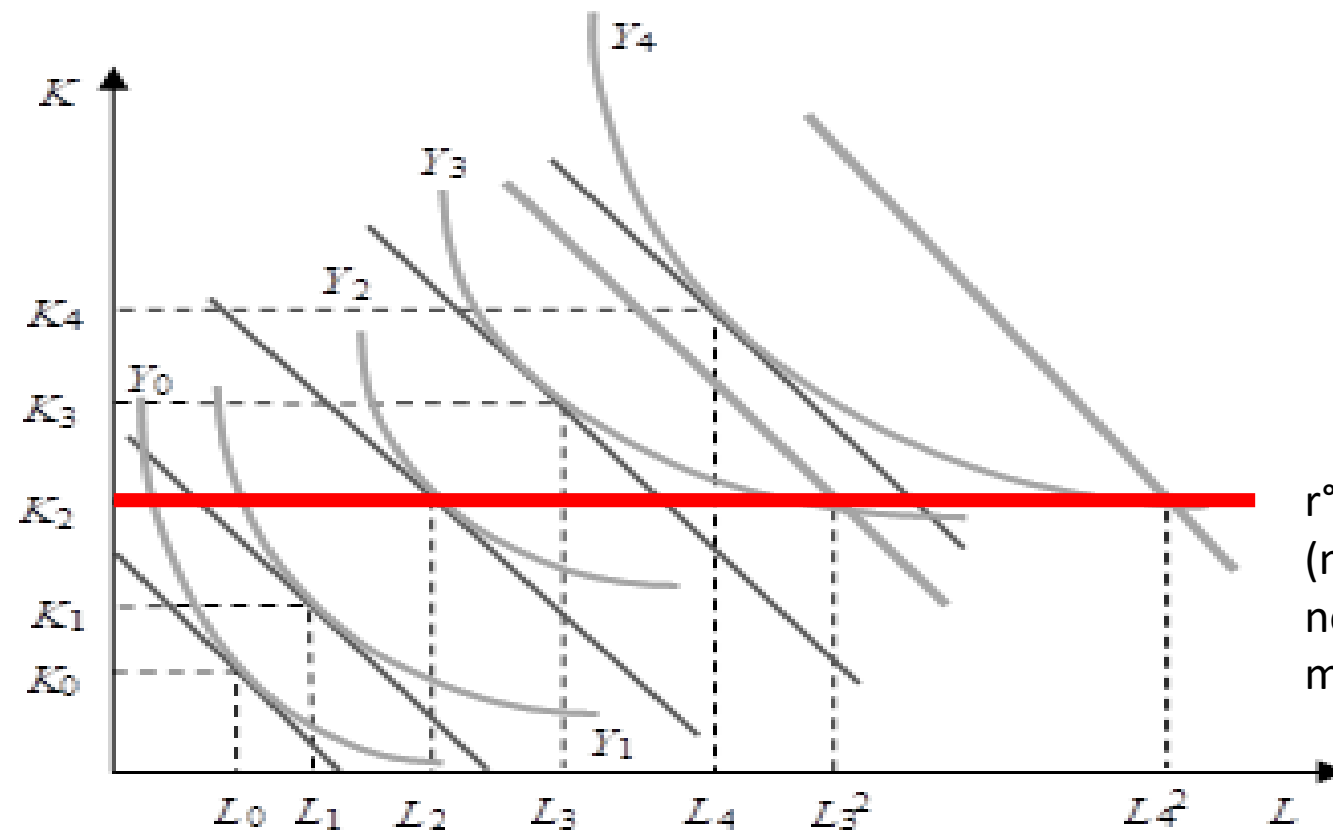
$CT^{\min} = CT(Y, w^\circ, r^\circ, K_2)$

$w^\circ L'_0 + r^\circ K_2 = CT(Y^\circ)$





# Input fisso costi Irrecuperabili = Costo Fisso



$r^\circ K_2 = CF$   
(non è costo opportunità,  
non va nei profitti economici,  
ma in quelli contabili)

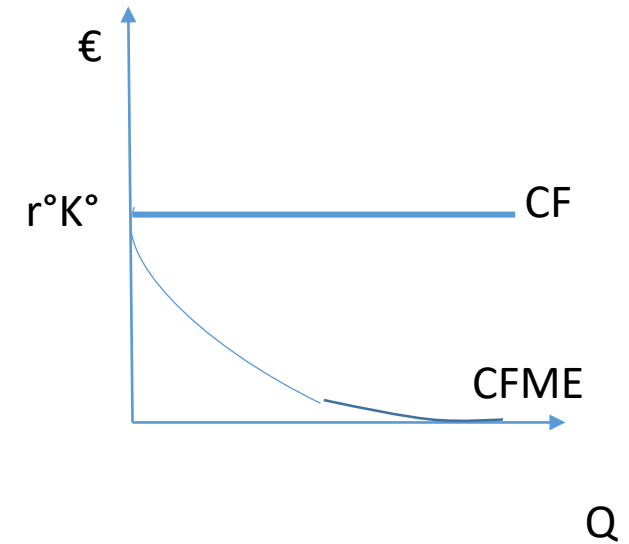
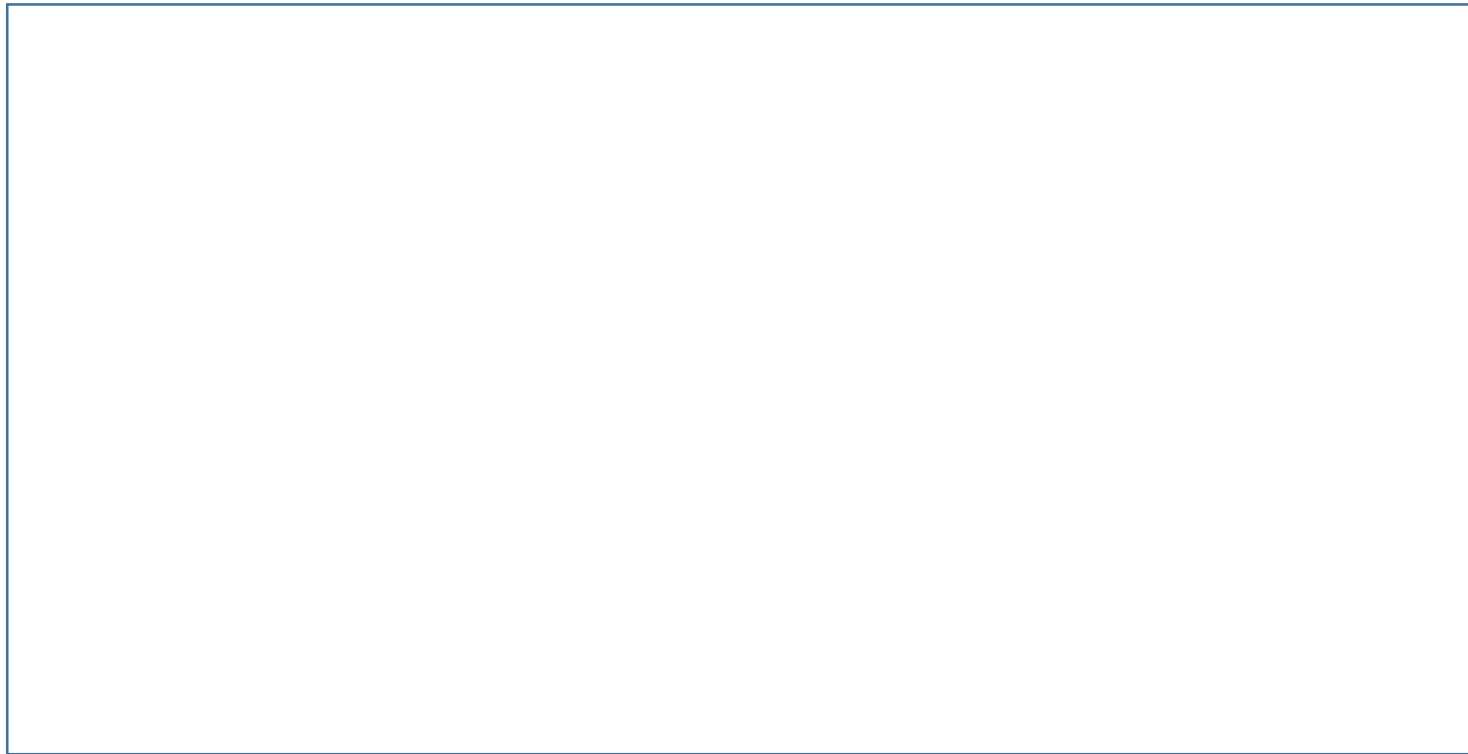


# Funzioni dei costi di **breve periodo** con $K=K^{\circ}$ ed L input variabile

CTME (Q) =  
CT(Q)/Q

$$CT(Q(L, K^{\circ}), w_0, r_0, K_0) = CF + CV(Q, w_0) = r_0 K_0 + CV(Q, w_0)$$

$$CTME(Q, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q} + \frac{CV(Q, w_0)}{Q} = CFME(Q, r_0) + CVME(Q, w_0)$$





# PS: Profitti di breve periodo?

CTME (Q) =  
CT(Q)/Q

$$CT(Q(L, K^0), w_0, r_0, K_0) = CF + CV(Q, w_0) = r_0 K_0 + CV(Q, w_0)$$

$$CTME(Q, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q} + \frac{CV(Q, w_0)}{Q} = CFME(Q, r_0) + CVME(Q, w_0)$$

PS: ma i  
profitti  
economici?

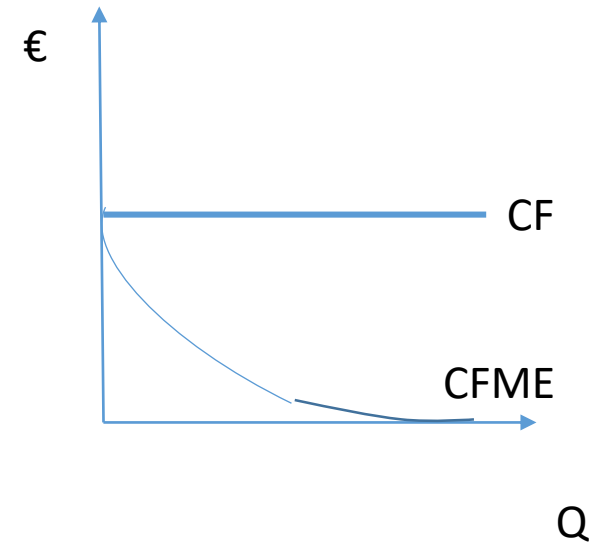
$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = RT(Q) - CT(Q, w_0, r_0, K_0) = p(Q) Q - Q CTME(Q, w_0, r_0, K_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = (p(Q) - CTME(Q, w_0, r_0, K_0)) Q$$

$$\Pi^E(Q) = p(Q) Q - \text{CV}(Q, w^0)$$

$$\Pi^E(Q) = p(Q) Q - \text{CVME}(Q, w^0) Q$$

$$\Pi^E(Q) = [p(Q) - \text{CVME}(Q, w^0)] Q$$



$$\text{CVME}(Q, w^0) = CV(Q, w^0)/Q$$



# Funzioni dei costi di breve periodo

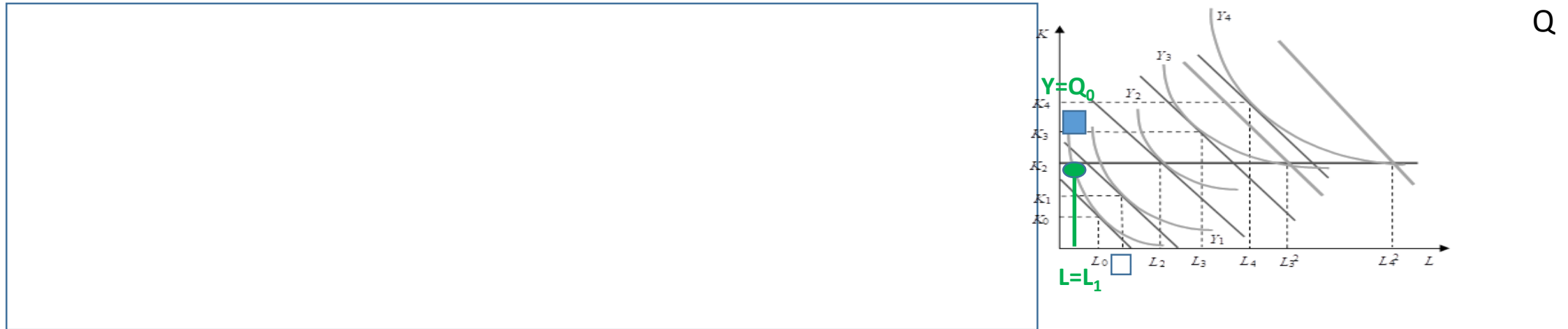
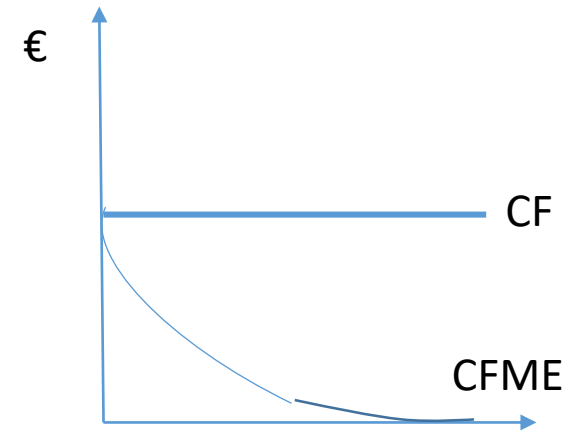
$$\text{CVME}(Q, w^\circ) = CV(Q, w^\circ)/Q$$

$$\Pi^E(Q) = [p(Q) - \text{CVME}(Q, w^\circ)]Q$$

$$Q = Q_0; CV(Q_0)?$$

$$CV(Q_0; w^\circ) = w^\circ L_1$$

$L_1?$





# Funzioni dei costi di breve periodo

$$CT(Q(L, K^0), w_0, r_0, K_0) = CF + CV(Q, w_0) = r_0 K_0 + CV(Q, w_0)$$

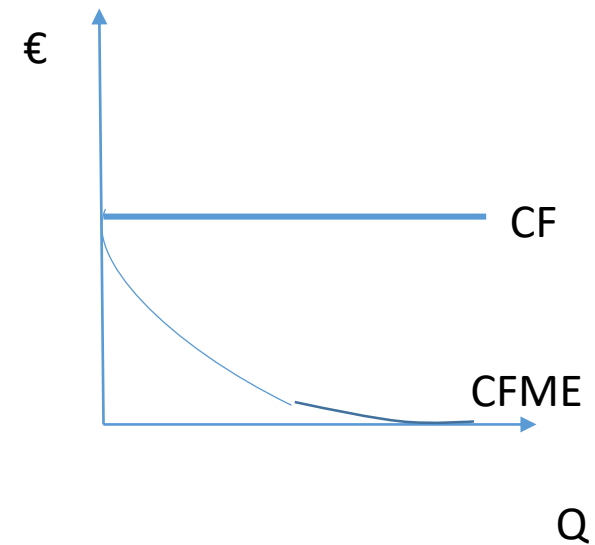
$$CTME(Q, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q} + \frac{CV(Q, w_0)}{Q} = CFME(Q, r_0) + CVME(Q, w_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = RT(Q) - CT(Q, w_0, r_0, K_0) = p(Q) Q - Q CTME(Q, w_0, r_0, K_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = (p(Q) - CTME(Q, w_0, r_0, K_0)) Q$$

$$CV(Q_1^0, w_0) = w_0 L_1$$

$$CTME(Q_1^0, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q_1^0} + \frac{w_0 L_1}{Q_1^0}$$





$$\text{CVME}(Q, w^\circ) = CV(Q, w^\circ)/Q = w^\circ L(Q)/Q$$

?

La **bravura** (media) dei lavoratori ....  $(Q/L) = \text{PMEL}(L)?$

$$Q = L \times \text{PMEL}(L)$$

# Funzioni dei costi di breve periodo

$$CT(Q(L, K^0), w_0, r_0, K_0) = CF + CV(Q, w_0) = r_0 K_0 + CV(Q, w_0)$$

$$CTME(Q, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q} + \frac{CV(Q, w_0)}{Q} = CFME(Q, r_0) + CVME(Q, w_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = RT(Q) - CT(Q, w_0, r_0, K_0) = p(Q) Q - Q CTME(Q, w_0, r_0, K_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = (p(Q) - CTME(Q, w_0, r_0, K_0)) Q$$

$$\Pi^E(Q) = [p(Q) - \text{CVME}(Q, w^0)] Q$$

$$PMEL(L, K_0) = \frac{Q(L, K_0)}{L}$$

$$CVME(Q(L, K_0), w_0) = \frac{w_0 L}{Q(L, K_0)} = \frac{w_0 \times L}{L \times PMEL(L, K_0)} = \frac{w_0}{PMEL(L, K_0)}$$

La **bravura** dei lavoratori ....  $(Q/L) = PMEL(L)$ ?  
 $Q = L \times PMEL(L)$







# Costi variabili medi e profitti **economici** unitari

L	wL	Q	PME	CVME $wL/Q = w/PME$	PQ	Mark-up (P-CVME)	Profitti economici <b>(P-CVME)Q</b>
<b>P = 5€ w = 10€</b>							
1	10 €	2	2	5	10€	5-5	0
2	20 €	5	2,5	4	25€	5-4	1x5 €
3	30 €	15	5	2	75€	5-2	3x15 € = 45
4	40€	16	4	2,5	80€	5-2,5	2,5x16 € =40

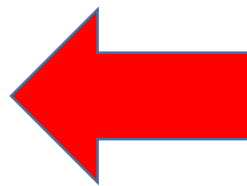
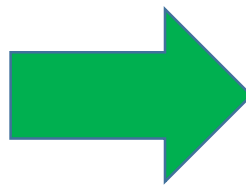
La **bravura** dei lavoratori ....  $(Q/L) = PMEL (L, K^o)$

Occidente? «Un dato prezzo (internazionale?), dati i salari, può solo essere sostenuto con PME (CVME) tale che i profitti economici siano positivi»

O...

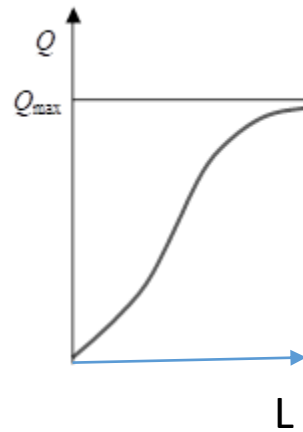
Oriente? «Una data strategia aggressiva di «prezzo basso» per eliminare i concorrenti può solo essere sostenuta con CVME (PME alta o salari bassi) tali da generare profitti economici positivi»

# Chi ha bisogno di chi?

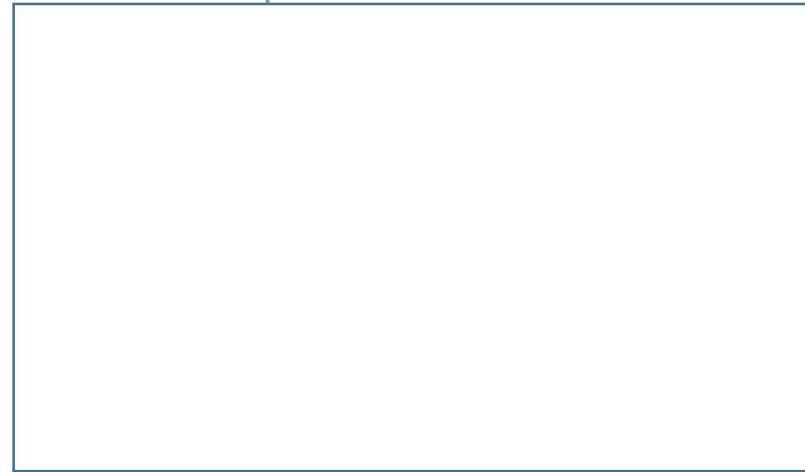




# La funzione dei costi di breve periodo: il ruolo della tecnologia

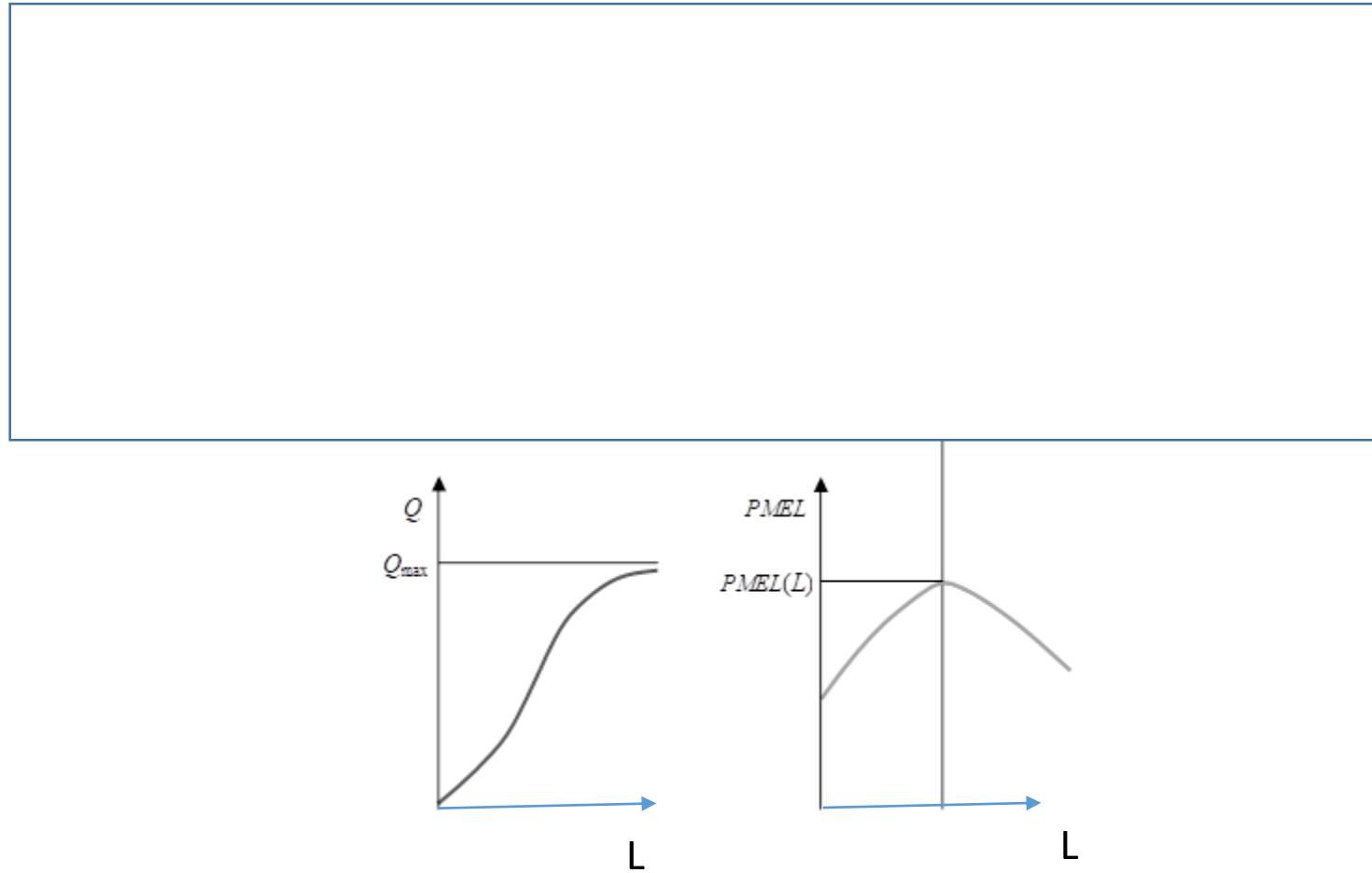


$$Q = f(L, K^\circ)$$





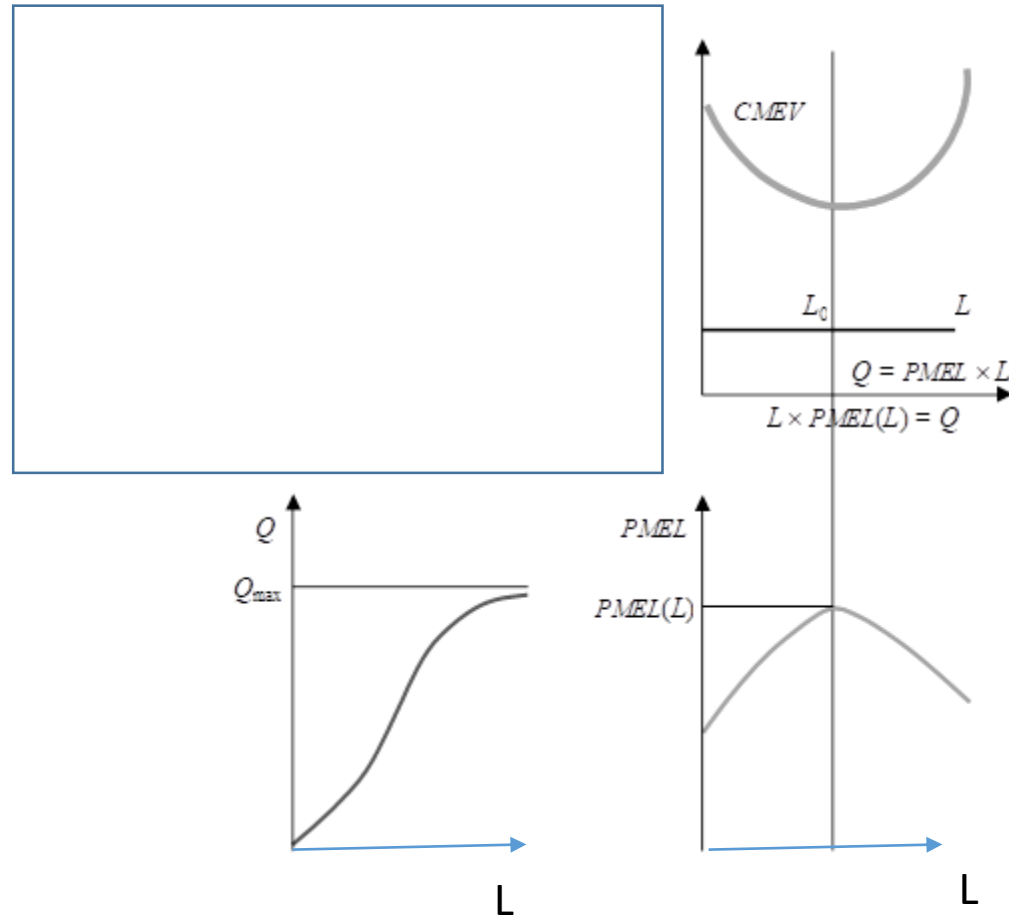
# La funzione dei costi di breve periodo



$$CVME (Q(L,K^0),w^0) = w^0/PMEL (L,K^0)$$



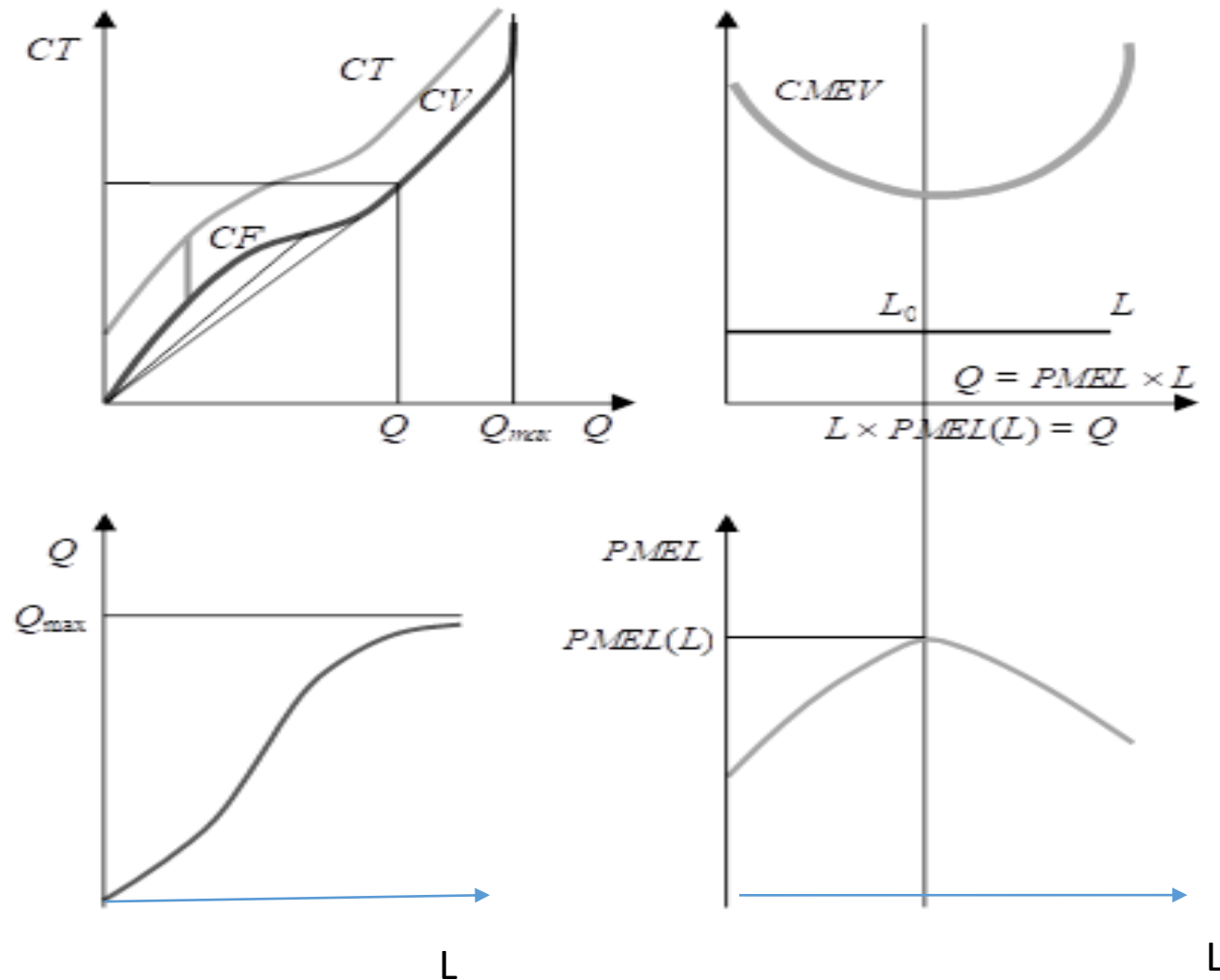
# La funzione dei costi di breve periodo



$$CVME(Q(L, K^0), w^0) = w^0 / PMEL(L, K^0)$$



# La funzione dei costi di breve periodo





## Breve periodo: costi marginali e tecnologia

✗?

$$CMA(Q(L, K_0); w_0) \equiv \frac{\delta CT(Q(L, K_0); w_0)}{\delta Q} = \frac{\delta(w_0 L + r_0 K_0)}{\delta Q} =$$

$$= \frac{\delta(w_0 L)}{\delta Q} + \frac{\delta(r_0 K_0)}{\delta Q} = w_0 \frac{\delta L}{\delta Q} + 0 = w_0 \frac{1}{PML(Q, K_0)} = \frac{w_0}{PML(Q(L, K_0); K_0)}$$

$$CMA(1) = \frac{CT(1) - CT(0)}{1 - 0} = CF + CV(1) - CF - CV(0) = \frac{CV(1)}{1} = CVME \quad (1)$$

Se PML sale e poi scende, il Cmg scende e poi sale: e  
i CVME?

Entrano in aula...  
(marginale)

Media?

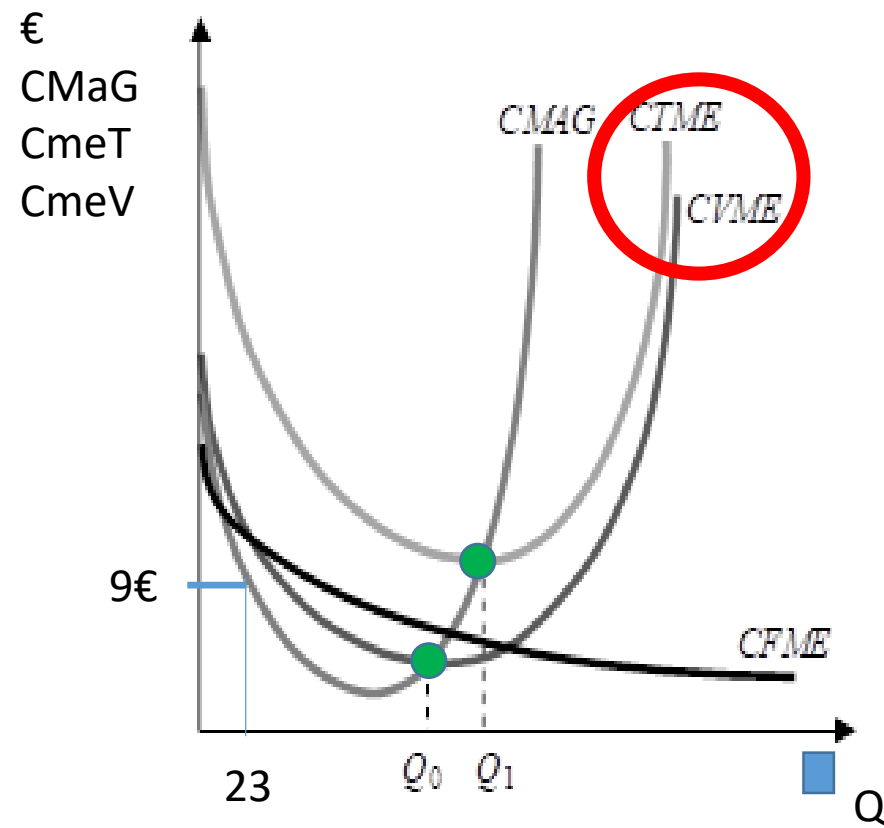
1,80  
1,70  
1,60  
1,50  
1,60  
**1,63**  
1,70

1,80  
1,75  
1,70  
1,65  
1,63  
**1,63**  
1,66





# Le funzioni di costo di breve periodo



# Funzioni di costo

## LP





## Il lungo termine, quando ... il marginale non si applica

Chiamiamo tecnologie con rendimenti di scala **costanti**, quelle tali che quelli che, se l'uso di tutti i fattori di produzione (input) aumentasse di una identica proporzione, comporterebbe un aumento esattamente proporzionale della produzione (output).

Per esempio, quando al raddoppio simultaneo dell'uso del capitale e del lavoro, la produzione (massima) ottenuta raddoppia.

Essa denota – lo vedremo - un'abilità nel produrre che non è influenzata dalla dimensione della produzione (e quindi dell'azienda).

PS:

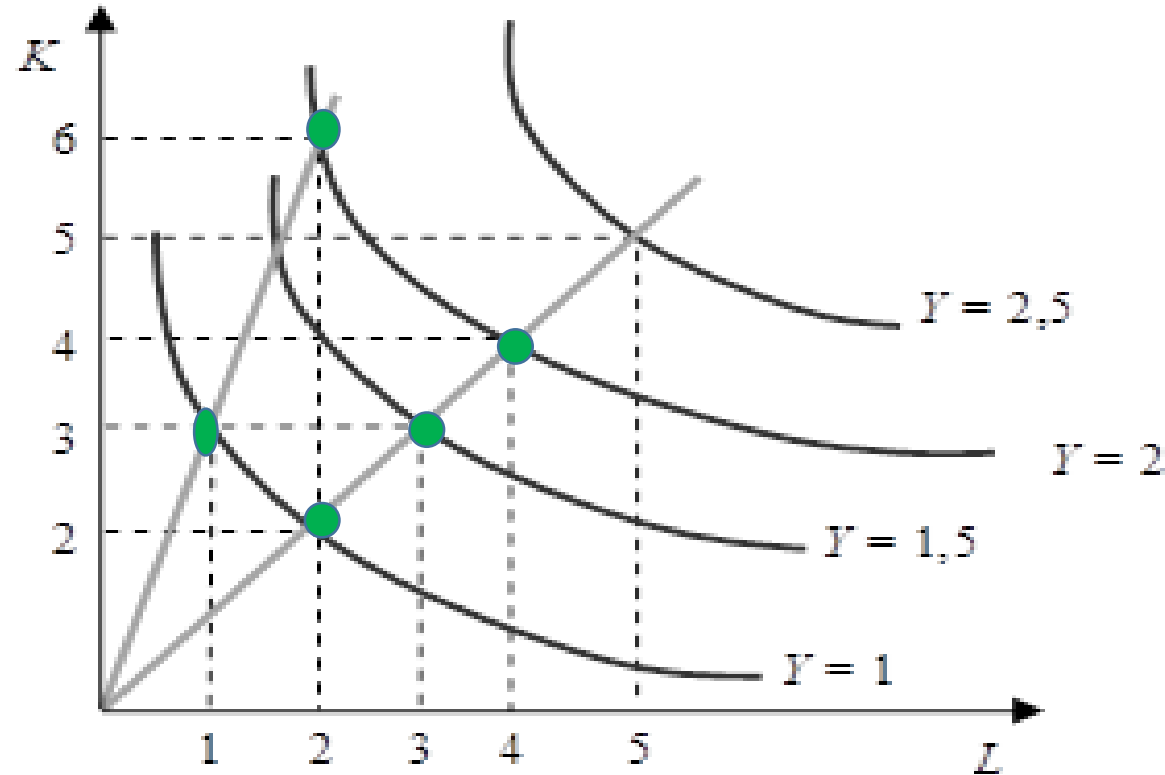
Produttività marginale... Varia un fattore tenendo fermo l'altro. Ottimo concetto di tecnologia per il BP.

Ma nel lungo periodo, quando variano tutti i fattori?



# La tecnologia e il lungo periodo: i rendimenti di scala

... costanti...



1 gelato?  
1 h di L e 200g di  
latte

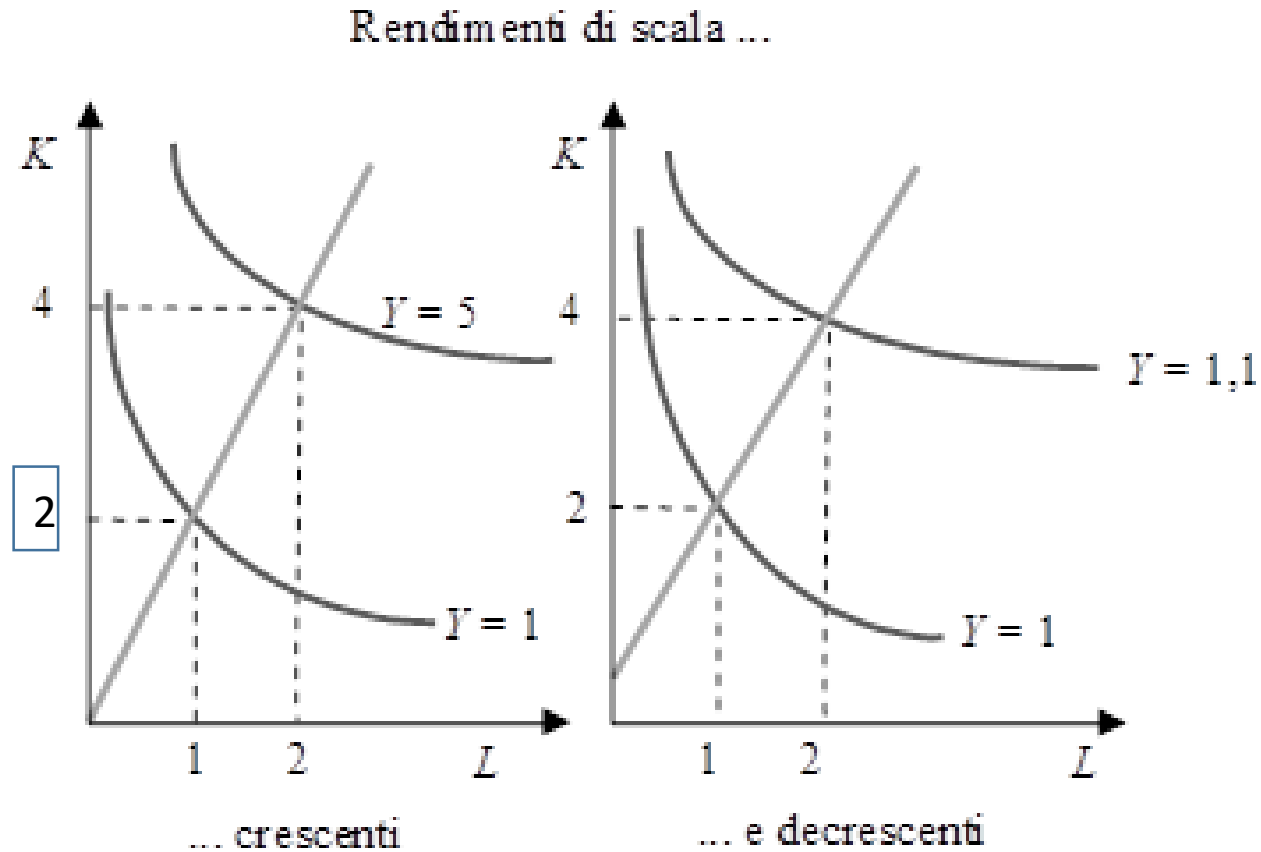
2 gelati?  
2h di L e 400 g di  
latte !

Sempre bravi  
uguali,  
indipendentemente  
da quanto  
cresciamo



# Lungo periodo: i rendimenti di scala

Aziende che trasportano il petrolio attraverso gli oleodotti: poiché il diametro dell'oleodotto **raddoppia**, e con esso i materiali utilizzati per il trasporto del petrolio, la sezione dell'oleodotto si **quadruplica**, aumentando così più del doppio la quantità di petrolio trasportato: rendimenti di scala crescenti.



Gli «strani»  
rendimenti di  
scala  
decrescenti:

1 gelato?  
1 h di L e 200g di  
latte

2 gelati?  
2h di L e 400 g di  
latte

Sempre bravi  
uguali?

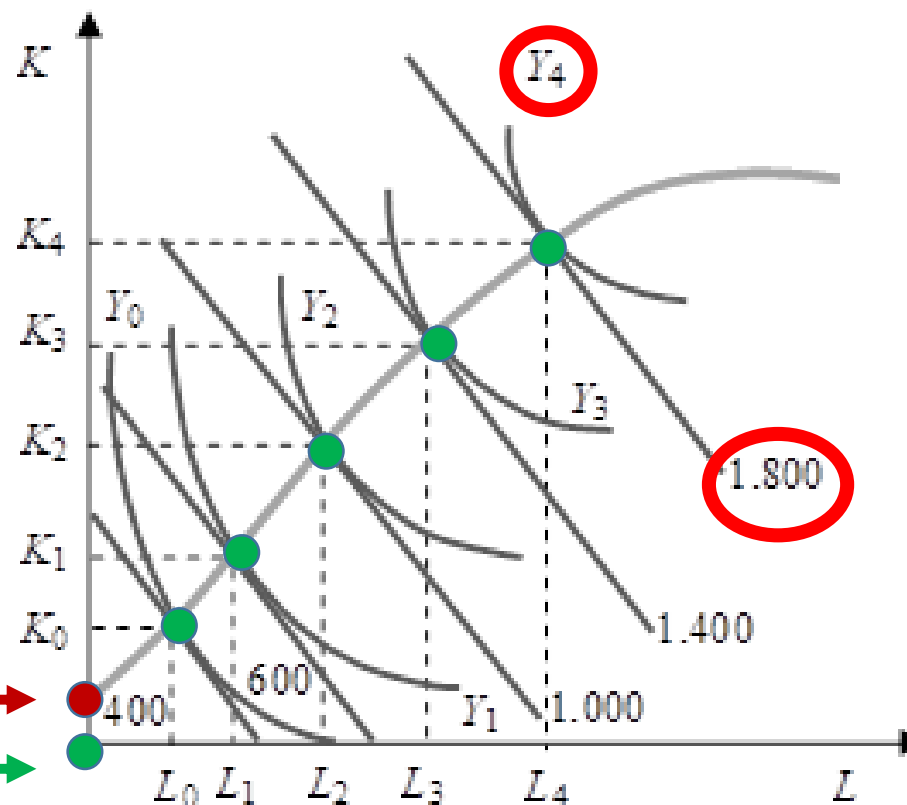
# Lungo periodo, il sentiero di espansione della tecnologia

$$CT_{\min}^{LP}(Q(L,K); w^{\circ}; r^{\circ})$$



$$CT_{\min}^{LP}(Y_4; w^{\circ}; r^{\circ}) = 1800 \text{ €}$$

ATTENTI, ERRORE SU  
GRAFICO ANCHE NEL  
LIBRO, PUNTO VERDE E'  
GIUSTO





## Lungo periodo: costi e tecnologia

**Funzione di produzione a rendimenti di scala costanti.**

Ipotesi: per produrre una unità di bene, quando i costi dei fattori sono fissati e pari a  $(w^0, r^0)$ , il costo minimo è pari a **CT (1,  $w^0$ ,  $r^0$ )** a cui corrisponde l'uso della tecnica produttiva per 1 unità, **( $K_1$ ,  $L_1$ )**, ottimale:  **$w^0 L_1 + r^0 K_1$**  è dunque tale costo minimo.

Sappiamo che, raddoppiando la quantità prodotta a due unità di output, il modo più efficiente per produrla sarà quello di raddoppiare la quantità di fattori produttivi, ovvero utilizzare  **$K_2 = 2K_1$  e  $L_2 = 2L_1$** .

Notate dunque che il costo minimo per produrre la quantità 2, **CT (2,  $w^0$ ,  $r^0$ )**, sarà per forza pari al doppio del costo di produrre una unità di prodotto:  **$w^0(2L_1) + r^0(2K_1) = 2 \text{ CT}(1, w^0, r^0)$** .

La cosa non cambierebbe se decidessimo di produrre  **$n$**  unità di prodotto quindi, data la particolare proprietà dei rendimenti di scala costanti, i costi totali sarebbero pari ad  **$n$**  volte i costi di produrre un'unità.



Considerando la definizione che abbiamo dato della funzione di costo medio, e cioè il rapporto tra costi totali minimi di produrre una determinata quantità e la quantità stessa, ci chiediamo (in presenza di rendimenti di scala costanti):

$CME(Y, w^{\circ}, r^{\circ})$  e  $CME(nY, w^{\circ}, r^{\circ})$  ?

$$CME(w_0, r_0, Y) = \frac{CT(w_0, r_0, Y)}{Y}$$

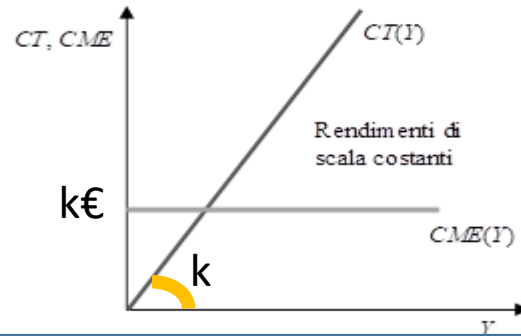
$$CME(w_0, r_0, nY) = \frac{CT(w_0, r_0, nY)}{nY} = \frac{nCT(w_0, r_0, Y)}{nY}$$

$CME(Y, w^{\circ}, r^{\circ}) = CME(nY, w^{\circ}, r^{\circ}) = \mathbf{k}$  per qualsiasi  $n \geq 0$



# Lungo periodo: costi e costi medi

Rendimenti di scala  
Costanti : tecnologia che denota un'abilità nel produrre che non è influenzata dalla dimensione della produzione (e quindi dell'azienda).

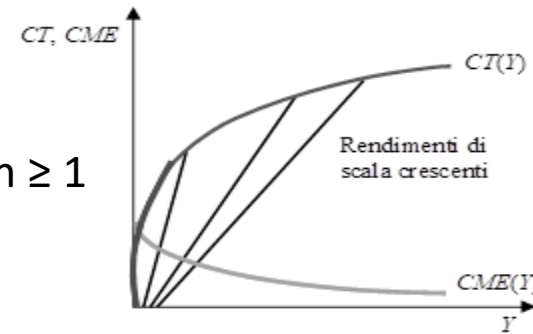
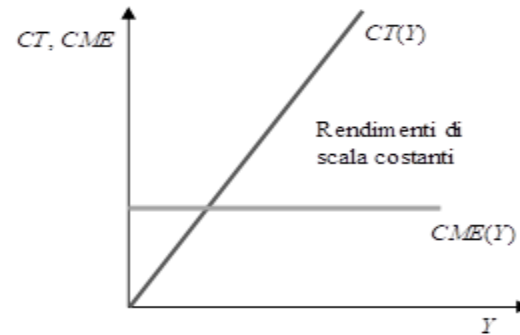


# Lungo periodo: costi e costi medi

$$CME(w_0, r_0, Y) = \frac{CT(w_0, r_0, Y)}{Y}$$

$$CME(w_0, r_0, nY) = \frac{CT(w_0, r_0, nY)}{nY} = \frac{CT(w_0, r_0, Y)}{nY} \text{ (n-x)}$$

$CME(Y, w^0, r^0) > CME(nY, w^0, r^0)$  per qualsiasi  $n \geq 1$   
I RSCr generano economie di scala



Maggiori salari, minore turnover, minori costi medi, maggiori profitti, maggiori salari...



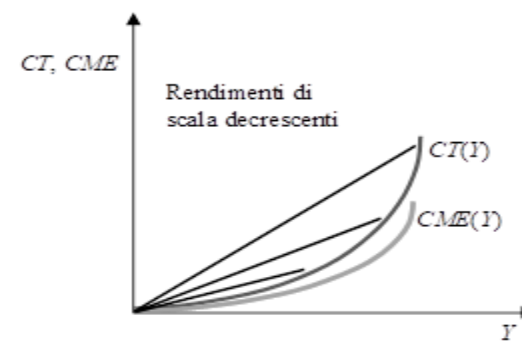
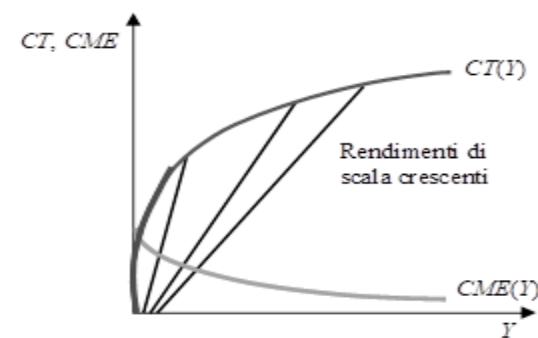
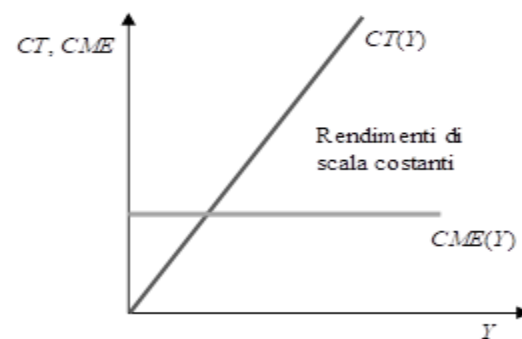
«Economie di scala»: il circolo virtuoso della crescita. Specializzazione e learning by doing.



$${}_L P \Pi^E(Q) = [p(Q) - \text{CME}(Q, r^0, w^0)]Q$$

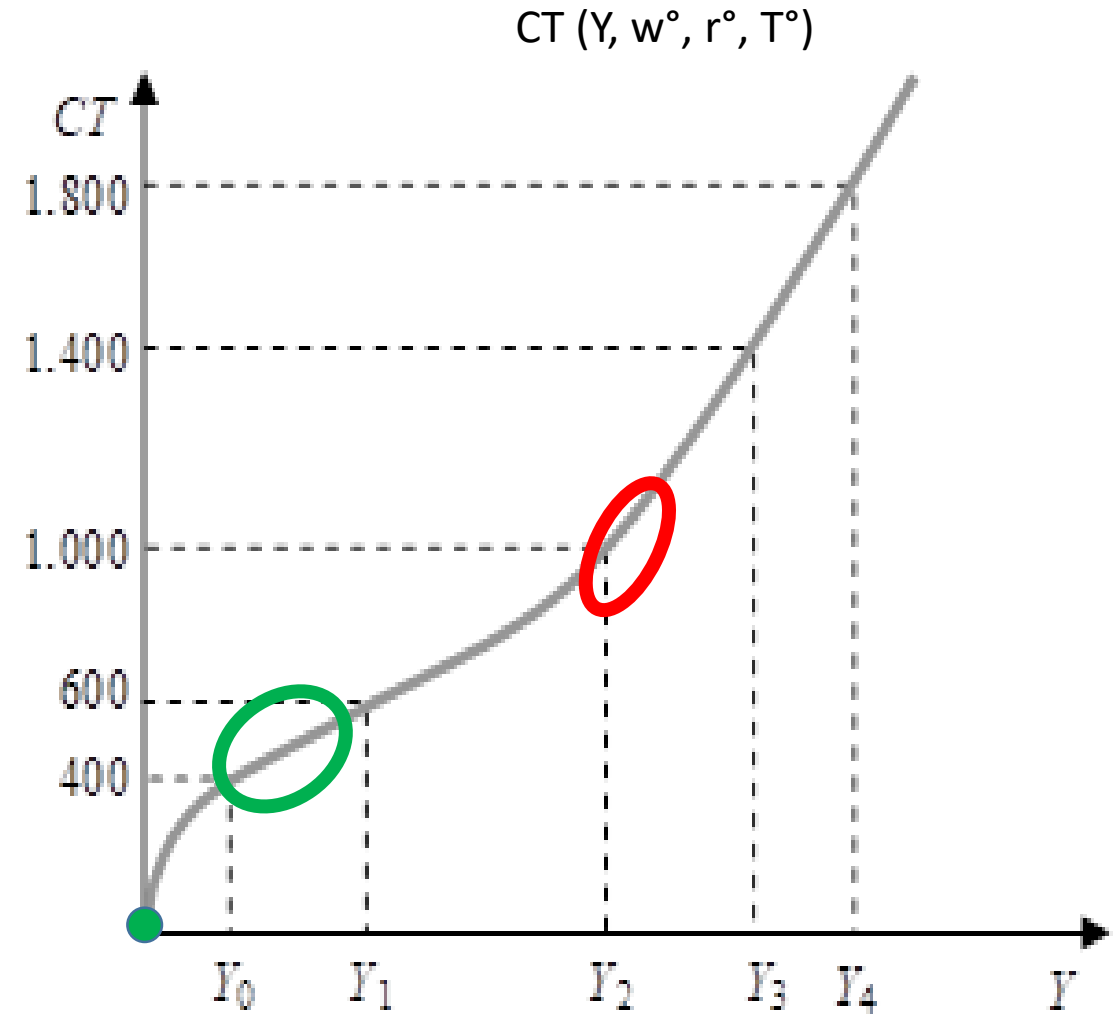
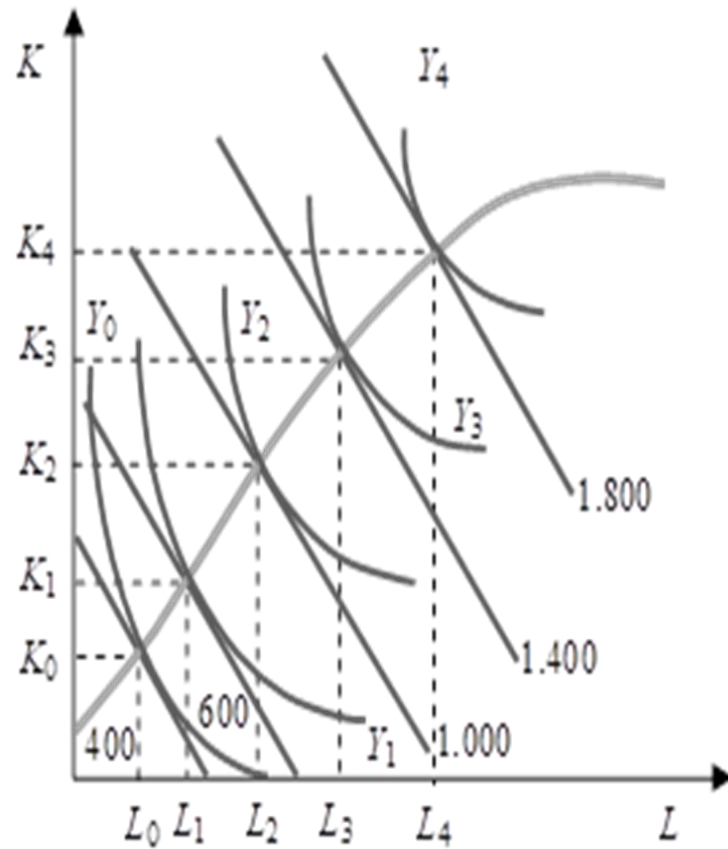


# Lungo periodo: costi e costi medi





# Lungo periodo: tecnologia e costi



# Come si spostano le curve di costo?

Le curve di costo sono disegnate per una data tecnologia (funzione della produzione) e dati costi unitari dei fattori.

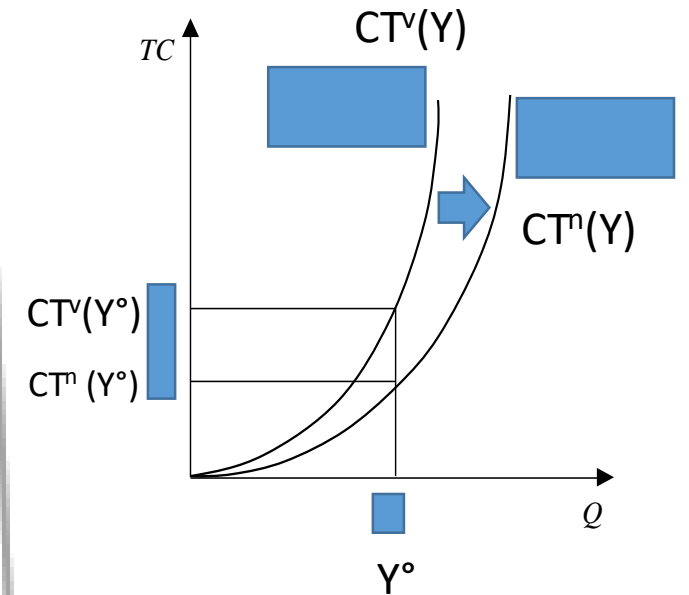
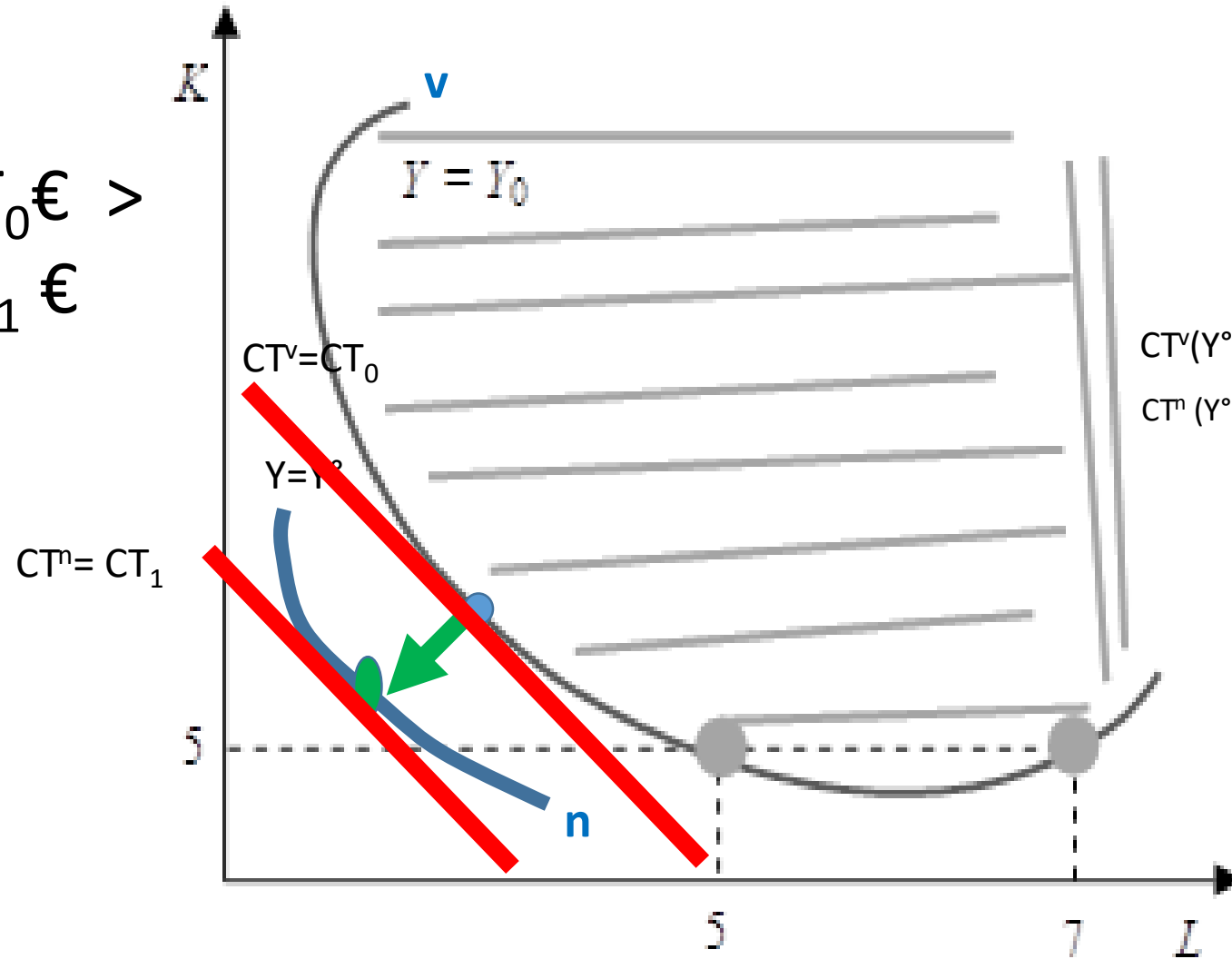
Finora ci siamo mossi **lungo una data** curva dei costi.

Se **la tecnologia** o i **costi unitari mutano**, **cambia** la funzione dei costi.



## PS: progresso tecnologico

$$CT^v(Y^\circ) = CT_0 \text{ €} > \\ CT^n(Y^\circ) = CT_1 \text{ €}$$





# Breve periodo, costo fisso: aumento del costo di 1 fattore. Caso A

Da  $w^\circ$  a  $w^{\circ'}$  con  
 $w^{\circ'} > w^\circ$

CT?

Prima:

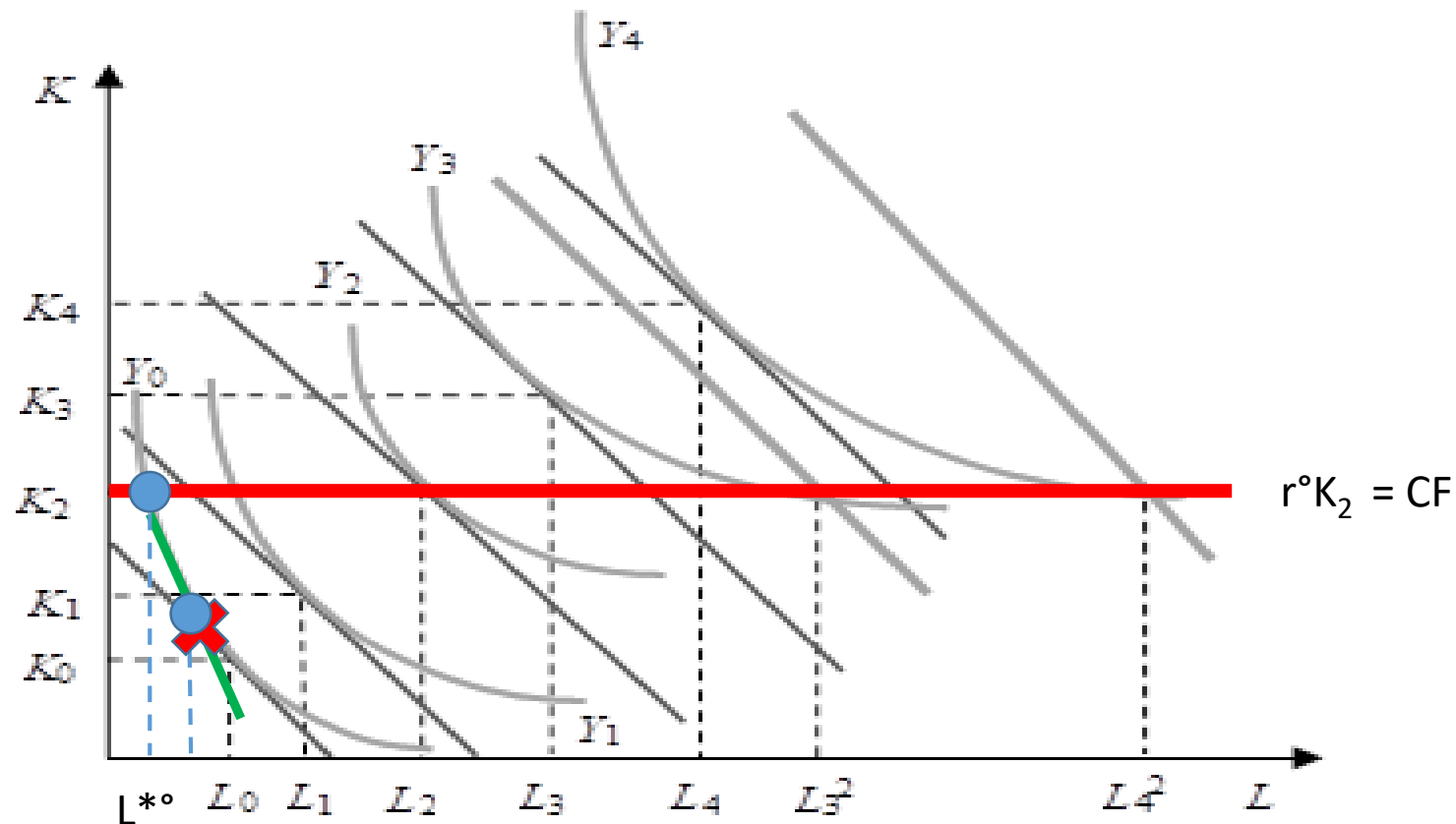
$$CT = w^\circ L^{\circ*} + r^\circ K_2$$

Ora?

$$CT = w^{\circ'} L^{\circ*} + r^\circ K_2$$

↗

Il costo minimo  
di  $Y^\circ$  sale





**Caso a:**  $w$  ed  $r$  salgono della stessa proporzione. Del 10%

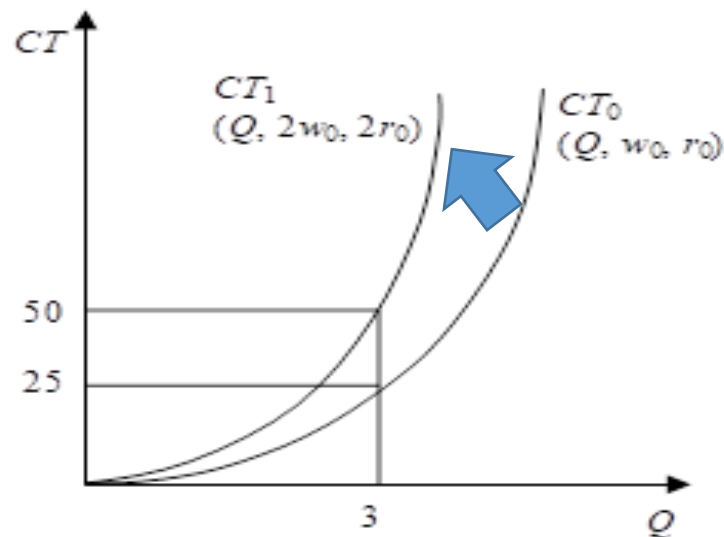
$$CT(Q^0; w^0; r^0) = w^0 L^* + r^0 K^* \text{ sale a ?}$$

$CT(Q^0; w^0 \times 1,1; r^0 \times 1,1) = w^0(1,1) L + r^0(1,1) K$  **Ma quale nuovo  $L$  e quale nuovo  $K$ ?**  
**Sempre  $L^*$  e  $K^*$ ! Perché? Qual è nuovo punto di tangenza tra isoquanto e isocosto?**

$$CT(Q^0; 1,1 w^0; 1,1 r^0) = w^0(1,1) L^* + r^0(1,1) K^* !$$

$$CT(Q^0; 1,1 w^0; 1,1 r^0) = 1,1 CT(Q^0; w^0; r^0)$$

La funzione del costo si sposta a nord-ovest







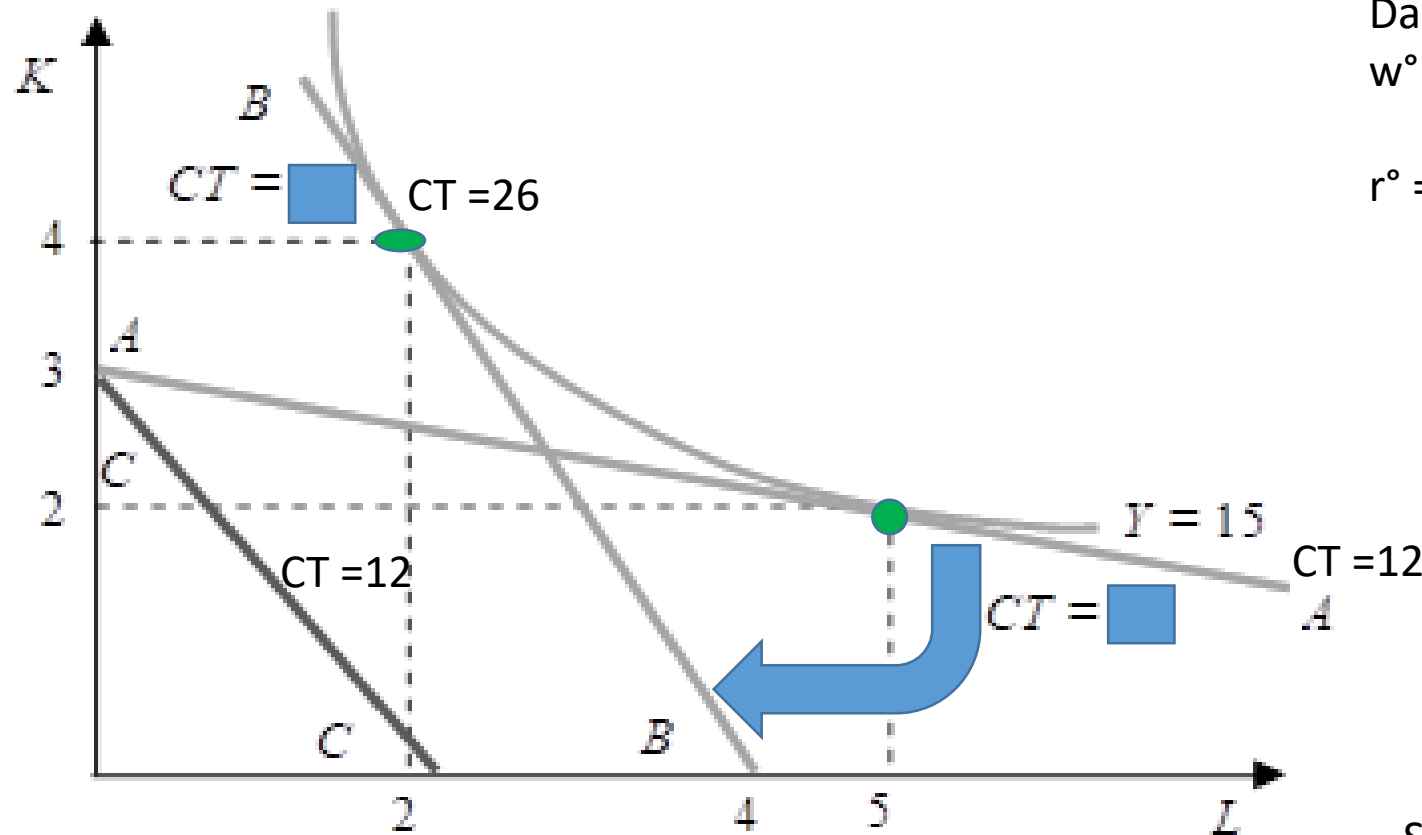
CT (15,  $w^\circ = 4/5$ ,  $r^\circ = 4$ )  
= ?

<

CT (15,  $w' = 5$ ,  $r^\circ = 4$ )  
= ?

Quanto costano su **CC**  
le tecniche  
produttive?

(nuovi costi unitari  $w'$   
e  $r^\circ$  ma con (0,3) )?



Da **AA**:  
 $w^\circ = (4/5) \text{ €}$

$r^\circ = 4 \text{ €}$

Verso **BB**:

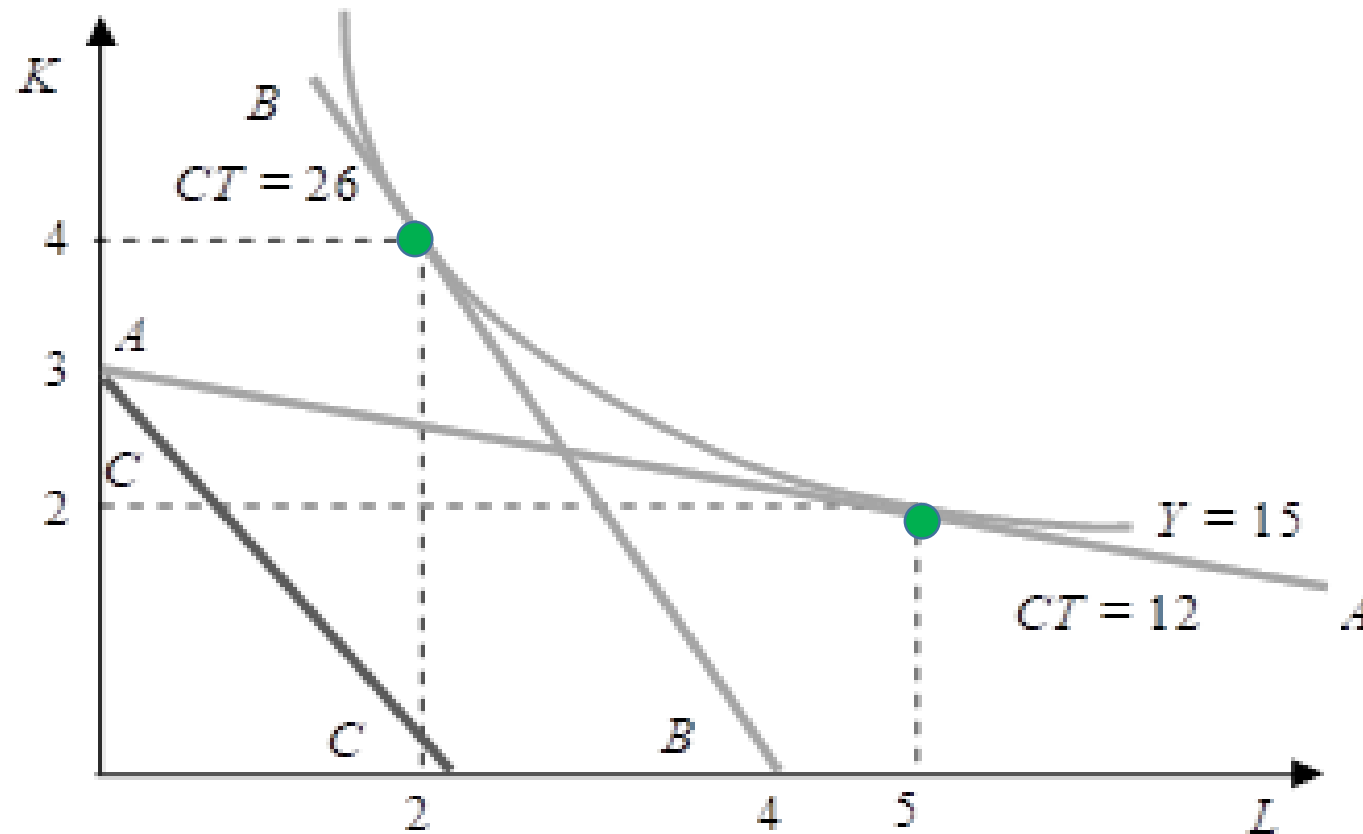
$w' = 5 \text{ €}$

$r^\circ = 4 \text{ €}$

Sostituiamo verso  
fattore meno caro



# BP, costo recuperabile o LP: caso B, aumento del costo di 1 fattore

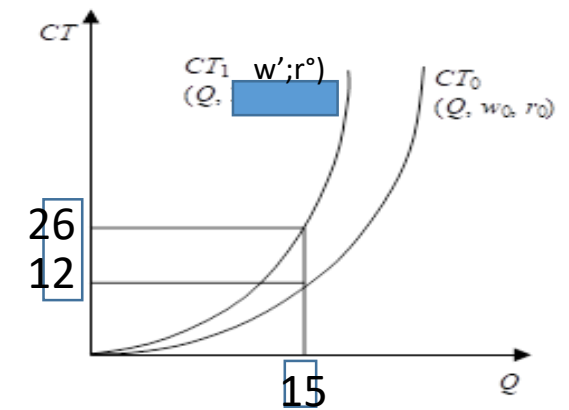


$$w^{\circ} = (4/5) \text{ €}$$

$$r^{\circ} = 4 \text{ €}$$

$$w' = 5 \text{ €}$$

$$r^{\circ} = 4 \text{ €}$$



La funzione di costo va a nord-ovest.



# Funzione di costo di breve e lungo periodo

