

# ESERCITAZIONE 6 - MICROECONOMIA

Corso di Laurea in Scienze dell'Amministrazione e  
delle Relazioni Internazionali

Erminia Florio

*erminia.florio@uniroma2.it*

## RENDIMENTI DI SCALA

Una funzione di produzione può avere rendimenti di scala:

- **Crescenti:** se all'aumentare dei fattori di produzione, l'output aumenta in maniera più che proporzionale.

$$f(\lambda L, \lambda K) > \lambda f(L, K),$$

Quindi aumentando i fattori di produzione di una costante l'aumento della quantità prodotta è maggiore rispetto all'aumento della quantità della stessa costante.

- **Costanti:** se all'aumentare dei fattori di produzione, l'output aumenta in maniera proporzionale.

$$f(\lambda L, \lambda K) = \lambda f(L, K),$$

Quindi aumentando i fattori di produzione di una costante l'aumento della quantità prodotta è uguale all'aumento della quantità della stessa costante.

## RENDIMENTI DI SCALA

Una funzione di produzione può avere rendimenti di scala:

- **Decrescenti:** se all'aumentare dei fattori di produzione, l'output aumenta in maniera meno che proporzionale.

$$f(\lambda L, \lambda K) < \lambda f(L, K),$$

Quindi aumentando i fattori di produzione di una costante l'aumento della quantità prodotta è minore rispetto all'aumento della quantità della stessa costante.

Nel caso della funzione Cobb-Douglas,

$$\begin{aligned} f(K, L) &= K^\alpha L^\beta \\ f(\lambda K, \lambda L) &\stackrel{<}{\cong} \lambda K^\alpha L^\beta \\ \lambda^\alpha K^\alpha \lambda^\beta L^\beta &\stackrel{<}{\cong} \lambda K^\alpha L^\beta \\ \lambda^{\alpha+\beta} K^\alpha L^\beta &\stackrel{<}{\cong} \lambda K^\alpha L^\beta \\ \alpha + \beta &\stackrel{<}{\cong} 1 \end{aligned}$$

Se  $\alpha + \beta > 1$  sono crescenti; se  $\alpha + \beta = 1$  sono costanti; se  $\alpha + \beta < 1$  sono decrescenti.

## ESERCIZIO

Definire i rendimenti di scala delle seguenti funzioni di produzione:

1.  $f(L, K) = 2(L + K)$

2.  $f(L, K) = L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{2}{6}}$

3.  $f(L, K) = 2(LK)^{\frac{1}{2}}$

4.  $f(L, K) = L + K^2$

5.  $f(L, K) = L^3K^5$

## RENDIMENTI DI SCALA E COSTO MEDIO

Se capiamo come varia il costo medio di un'impresa capiamo anche cosa succede all'aumentare della sua produzione:

- **Costo medio costante:** Se il costo medio è costante all'aumentare della produzione la media dei costi per tutte le unità prodotte rimane stabile, questo significa che anche i costi rimangono stabili, perché i fattori di produzione aumentano in maniera proporzionale e, quindi, i **rendimenti di scala sono costanti**.
- **Costo medio crescente:** Se il costo medio aumenta all'aumentare della produzione la media dei costi per tutte le unità prodotte cresce, questo significa che anche i costi aumentano, perché i fattori di produzione aumentano in maniera meno che proporzionale e continuare a produrre costa di meno. I **rendimenti di scala sono, quindi, decrescenti**.
- **Costo medio decrescente:** Se il costo medio diminuisce all'aumentare della produzione la media dei costi per tutte le unità prodotte decresce, questo significa che anche i costi diminuiscono, perché i fattori di produzione aumentano in maniera più che proporzionale e continuare a produrre costa di più. I **rendimenti di scala sono crescenti**.

## ESERCIZIO

Date le seguenti funzioni di costo, calcola i rendimenti di scala tramite l'andamento del costo medio:

1.  $CT(Q) = 5Q$

2.  $CT(Q) = 3Q^{\frac{1}{3}}$

3.  $CT(Q) = 8Q^4$

# LA MASSIMIZZAZIONE DEL PROFITTO

Problemi di ottimizzazione visti finora:

- **Massimizzazione dell'utilità:**  $\max U(x_1, x_2)$  t. c.  $R = p_1x_1 + p_2x_2$
- **Minimizzazione dei costi:**  $\min wL + rK$  t. c.  $\bar{q} = f(L, K)$

Ora, il problema di ottimizzazione riguarda la massimizzazione del profitto. Cos'è il profitto? Lo calcoliamo come tutti i ricavi meno tutti i costi sostenuti:

$$\pi = pY - (wL + rK) = pY - wL - rK$$

Dalla scorsa lezione, sappiamo che  $Y = f(L, K)$  e, quindi, il problema del produttore è il seguente:

$$\max_{L, K} \pi = pf(L, K) - wL - rK$$

## LA MASSIMIZZAZIONE DEL PROFITTO NEL BREVE PERIODO

**Nel breve periodo**, teniamo uno dei due fattori di produzione costante (il capitale,  $K$ ).  
Dunque, l'equazione precedente diventa:

$$\max_{L, \bar{K}} \pi = pf(L, \bar{K}) - wL - r\bar{K}.$$

Per massimizzare tale funzione, calcoliamo la derivata prima rispetto ad  $L$  e la poniamo uguale a zero.

- **Esercizio:** Data la seguente funzione di produzione e i seguenti dati, calcolare la funzione di domanda di lavoro che risolve il problema di massimizzazione del profitto nel breve periodo.

$$f(L, K) = L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}} \\ p = 10, \bar{K} = 100, w = 5, r = 5$$